



16. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Saison 1976/1977

Aufgaben und Lösungen





16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 160511:

In einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft stellt Monika den Teilnehmern folgende Aufgabe:

”Jeder der Buchstaben A, L, P, H bedeutet eine einstellige natürliche Zahl. Dabei gilt:

- (1) Die Zahl H ist doppelt so groß wie die Zahl P .
- (2) Die Zahl A ist gleich der Summe aus der Zahl P und dem Doppelten der Zahl H .
- (3) Die Zahl L ist gleich der Summe der Zahlen A, P und H .

Schreibt man die Zahlen $ALPHA$ in dieser Reihenfolge hintereinander, dann erhält man die (fünfstellige) Leserzahl der mathematischen Schülerzeitschrift ”alpha”.

Wie groß ist diese Leserzahl?”

Aufgabe 160512:

Auf einer Geraden g sollen fünf Punkte A, B, C, D, E in dieser Reihenfolge angeordnet sein und folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Strecke AE hat die Länge $\overline{AE} = 18$ cm.
 - (2) Die Strecke AD ist 2 cm kürzer als die Strecke AE .
 - (3) Die Strecke CD hat die Länge $\overline{CD} = 5$ cm.
 - (4) Die Strecke AB ist 3 cm länger als die Strecke CE .
- a) Konstruiere fünf derartige Punkte A, B, C, D, E !
 - b) Ermittle die Längen der Strecken AD, AB, BC !

Als Lösung genügt:

- a) eine Konstruktion ohne Beschreibung und
- b) die Ermittlung der Streckenlängen $\overline{AD}, \overline{AB}, \overline{BC}$ aus den Bedingungen (1) bis (4).

Aufgabe 160513:

Um zu ermitteln, welchen Durchschnittswert die Masse eines Maiskolbens von einem Versuchsfeld hat, hatten Schüler einer Mathematik-Arbeitsgemeinschaft sechs Kolben ausgewählt und gewogen.

Der größte Kolben hatte eine Masse von 850 g, drei Kolben hatten eine Masse von je 640 g, zwei Kolben von



je 460 g.

Wieviel Gramm betrug hiernach die durchschnittliche Masse eines dieser sechs Maiskolben?

Aufgabe 160514:

Ein rechteckiger Spielplatz wird eingezäunt. Die Gesamtlänge des Zaunes beträgt 390 m; die langen Seiten des Rechtecks sind doppelt so lang wie die kurzen.

- a) Ermittle die Seitenlängen des Spielplatzes!
- b) Zeichne den Spielplatz (Konstruktion des Rechtecks) im Maßstab 1 : 1000!



16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 5
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 160511:

In Gleichungen ausgedrückt, gilt:

- (1) $H = 2P$
- (2) $A = P + 2H$
- (3) $L = A + P + H$
- (4) $0 \leq A, L, P, H \leq 9$

Setzt man (1) in (2) ein, ergibt sich $A = 5P$. Nun setzt man diese Ergebnisse für H und A in (3) ein und erhält $L = 5P + P + 2P = 8P$. Da L und P einstellige, natürliche Zahlen sein sollen, muß $P = 1$ und $L = 8$ sein. Es ergibt sich $H = 2$, $A = 5$. Folglich hatte die "alpha" 58 125 Leser.

Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

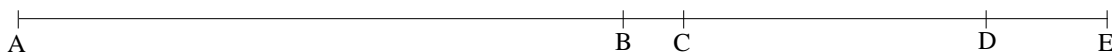
Lösung 160512:

Mit (1) ergibt sich $\overline{AD} = 16$ cm. Da nun die Lage des Punktes D bekannt ist, wird mit (3) AC ermittelt: $\overline{AC} = 11$ cm. Die Länge der Strecke CE ergibt sich aus $\overline{CE} = \overline{AE} - \overline{AC} = 18$ cm $-$ 11 cm = 7 cm. Damit ergibt sich nach (4) für AB : $\overline{AB} = 10$ cm.

Da nun die Abstände aller Punkte von A bekannt sind, kann man einfach die gesuchten Streckenlängen ermitteln:

$$\begin{aligned}\overline{AD} &= 16 \text{ cm} \\ \overline{AB} &= 10 \text{ cm} \\ \overline{BC} &= \overline{AC} - \overline{AB} = 11 \text{ cm} - 10 \text{ cm} = 1 \text{ cm}\end{aligned}$$

Nachfolgend findet sich eine Konstruktion in leicht verkleinertem Maßstab:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel

Lösung 160513:

Insgesamt betrug die Masse der sechs Maiskolben $850 + 3 \cdot 640 + 2 \cdot 460 = 3690$ Gramm. Teilt man dieses Gesamtgewicht durch die Anzahl der betrachteten Maiskolben, so erhält man den Durchschnittswert von $3690 \text{ g} : 6 = 615 \text{ g}$.

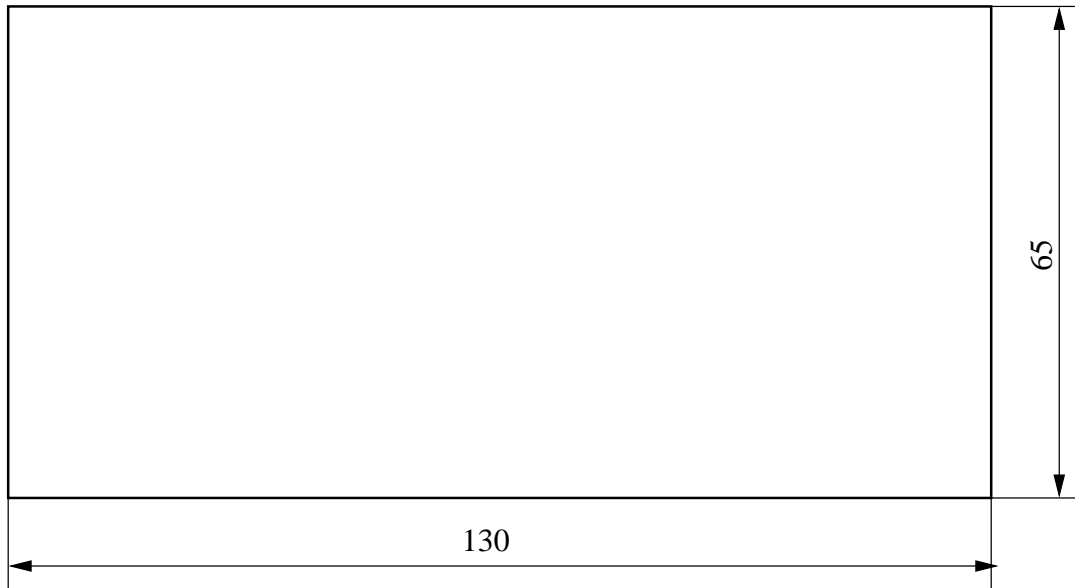
Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel



Lösung 160514:

Wenn eine kurze Seite a m lang ist, so ist eine lange Seite $2a$ m lang. Da es bei einem Rechteck 2 lange und 2 kurze Seiten gibt, kann man auch schreiben: $2 \cdot (a \text{ m} + 2a \text{ m}) = 6a \text{ m} = 390 \text{ m}$. Es ergibt sich sofort $a = 65$.

- a) Die kurzen Seiten des Spielplatzes sind 65 m und die langen Seiten sind 130 m lang.
- b) Die Zeichnung im Maßstab 1 : 1000 muß so angefertigt werden, daß 10 m in der Realität 1 cm auf dem Bild entsprechen:



Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel