



**16. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 5**  
**Saison 1976/1977**

Aufgaben und Lösungen





16. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 5  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 160521:

$$\begin{array}{r} A \cdot A = B \\ + \quad \cdot \quad - \\ \hline C \cdot D = E \\ F - G = H \end{array}$$

In das obenstehende Kryptogramm sind für die Buchstaben Ziffern (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) so einzutragen, daß für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern stehen und daß alle angegebenen Rechenaufgaben richtig gerechnet sind.

Stelle fest, ob es eine solche Eintragung gibt, ob sie die einzige ist und wie sie in diesem Falle lautet!

Aufgabe 160522:

Zwei Junge Pioniere legten in ihrem Ruderboot stromabwärts in 10 Minuten eine Strecke zurück, deren Länge insgesamt 1 km und 200 m betrug.

Wieviel Zeit brauchten sie, um dieselbe Strecke gegen den Strom zurückzurudern, wenn sie dabei durchschnittlich in jeder Minute 40 m weniger zurücklegten als auf der Hinfahrt?

Aufgabe 160523:

Zeichne ein Quadrat  $ABCD$  mit  $\overline{AB} = 4$  cm! Zeichne dann einen Verschiebungspfeil  $\overrightarrow{PQ}$ , der 5 cm lang ist und parallel zur Geraden durch  $A$  und  $C$  in Richtung von  $A$  nach  $C$  verläuft!

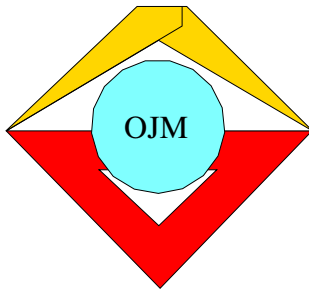
Konstruiere das Bild  $A'B'C'D'$  des Quadrates  $ABCD$  bei der Verschiebung  $\overrightarrow{PQ}$ !

Eine Konstruktionsbeschreibung wird nicht verlangt.

Aufgabe 160524:

Jeder Schüler braucht im Jahr 15 Hefte. Aus 1 Tonne Papier können 25 000 Hefte hergestellt werden.

Wieviele Schüler insgesamt kann man unter diesen Umständen aus 3 Tonnen Papier für ein Jahr mit Heften versorgen?



16. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 5  
Lösungen

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Lösung 160521:

Zunächst sei festgestellt, daß, wenn gleiche Buchstaben gleiche Ziffern bedeuten, dies nicht heißen muß, daß verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern sein müssen. Da dies aber laut Musterlösung vorausgesetzt wird, ist die Aufgabenstellung unpräzise, und es müßte außerdem heißen: verschiedene Buchstaben sind verschiedene Ziffern.

Unter dieser Einschränkung kann  $A$  nicht 1 sein, da dann laut 2. Spalte  $D = G$  gelten würde. Also kann nur noch  $A = \{2, 3\}$  sein. Es folgt die nötige Fallunterscheidung:

- (1) Es sei  $A = 2$ : dann folgt unmittelbar  $B = 4$ . Damit  $G$  nicht größer als 9 wird, muß  $D = \{1, 3, 4\}$  sein ( $D \neq 2$ , weil bereits  $A = 2$  gilt. Wenn  $D = 1$ , ergibt sich in der 2. Zeile  $C = E$ . Deswegen kann  $D$  nicht 1 sein.  $D$  kann auch nicht 4 sein, da  $B = 4$  ist. Also muß  $D = 3$  gelten:  $A = 2, B = 4, D = 3$

$E$  muß kleiner als  $B$  sein, also  $E \leq 3$ . Da die Ziffern 2, 3, 4 bereits besetzt sind, muß  $E = 0$  oder  $E = 1$  gelten. Null kann  $E$  nicht sein, da sonst  $H = B$  gelten würde. Also ist  $E = 1$ .

Die Gleichung  $C \cdot D = E$  kann nicht mehr erfüllt werden. Der Fall (1) kann also nicht eintreten.

- (2) Es sei  $A = 3$ . Dann gilt  $B = 9$ .  $D$  kann dann nur 0, 1 oder 2 sein. Ist  $D = 3$  würde  $D = A$  gelten. Ist  $D$  größer als 3, würde sich keine gültige Gleichung für die 2. Spalte ergeben. Wäre  $D = 0$ , müßte auch  $G = 0 = D$  sein. Wäre  $D = 1$ , wäre  $G = A$ . Demzufolge muß  $D = 2$  sein. Es folgt unmittelbar, daß  $G = 6$  ist.

$E$  muß in der 3. Spalte kleiner als  $B$  sein, damit sich eine gültige Gleichung ergibt. Mit  $D = 2$  gilt in der 2. Zeile:  $E = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ , wobei 0 entfällt (dann müßte  $C = 0 = E$  sein), 2 entfällt ( $D = C = 2$ ), 6 entfällt ( $C = G = 6$ ). Also muß  $C = 4$  und entsprechend  $E = 8$  sein. Unmittelbar folgt daraus  $F = 7$  und  $H = 1$ .

Alle Gleichungen sind richtig, wie die Probe bestätigt.

$$\begin{array}{r} 3 \cdot 3 = 9 \\ + \quad \cdot \quad - \\ 4 \cdot 2 = 8 \\ \hline 7 - 6 = 1 \end{array}$$

Es kann keine weiteren Lösungen geben, da alle Fälle untersucht wurden.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 160522:

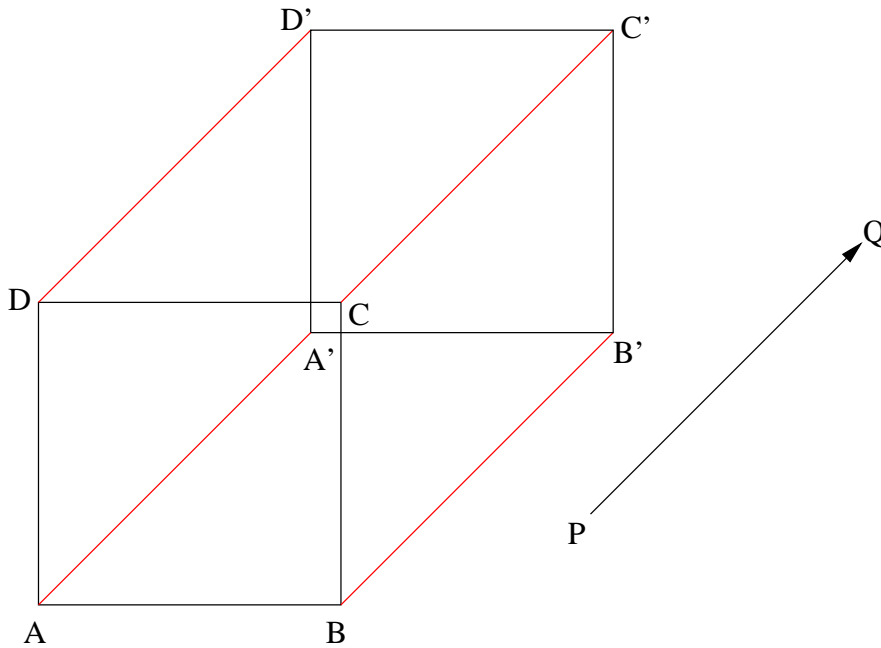
Für die 1. Strecke, die 1200 m betrug, brauchten die Pioniere 10 Minuten und hatten folglich einen Weg von 120 m pro Minute zurückgelegt. Da sie für den Rückweg 40 m weniger pro Minute schafften, waren dies 80 m



pro Minute. Die Streckenlänge blieb dieselbe, nämlich 1200 m. Folglich benötigten sie dazu  $1200 : 80 = 15$  Minuten.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 160523:



*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*

Lösung 160524:

Wenn aus einer Tonne Papier 25 000 Hefte hergestellt werden können, werden aus 3 Tonnen Papier 75 000 Hefte hergestellt. Für einen Schüler werden 15 Hefte pro Jahr benötigt, also können mit 75 000 Heften  $75\,000 : 15 = 5\,000$  Schüler ein Jahr lang versorgt werden.

*Aufgeschrieben und gelöst von Manuela Kugel*