1. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 12
Saison 1961/1962

Aufgaben

1. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 011231:

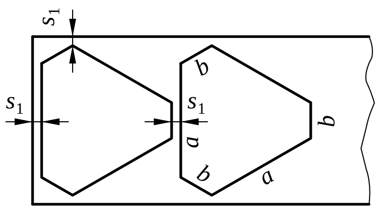
Zwei Ziegeleien produzieren 6 Millionen bzw. 12 Millionen Ziegel. Sie sollen vier Baustellen versorgen, die einen Bedarf von 5,2; 3,0; 5,7 bzw. 4,1 Millionen Ziegel haben. Die Entfernungen (in km) zwischen den zwei Ziegeleien und den vier Baustellen sind aus der folgenden Tabelle ersichtlich:

Baustelle	1	2	3	4
Ziegelei 1	28	30	37	21
Ziegelei 2	26	36	18	20

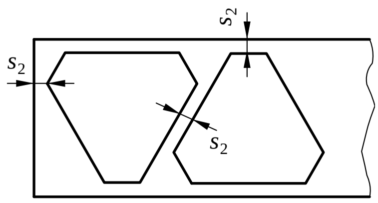
Wieviel Ziegel müssen von der 1. bzw. 2. Ziegelei zu den einzelnen Baustellen transportiert werden, damit die Gesamttransportkosten möglichst gering sind? Es wird angenommen, daß die Transportkosten der Entfernung proportional sind. Die Baustelle 3 soll dabei nur von der Ziegelei 2 beliefert werden.

Aufgabe 011232:

Aus Aluminiumblech von 2 mm Stärke sollen 10 000 Werkstücke nach der beigefügten Zeichnung 1 gestanzt werden. (Sämtliche Innenwinkel sind gleich groß, $a = 34$ mm, $b = 8$ mm.)



Zeichnung 1



Zeichnung 2

a) Wie lang und wie breit muß der Blechstreifen sein, aus dem gestanzt wird? Dabei ist zu beachten, daß die Stegbreite (Abstand der Teile voneinander bzw. vom Rand) $s_1 = 2$ mm betragen muß. Wieviel Quadratmeter Blech werden verbraucht? Wieviel Quadratmeter beträgt der Abfall?

b) Es wird der Verbesserungsvorschlag gemacht, nach Zeichnung 2 zu stanzen, um Material zu sparen. Wie lang und wie breit muß nunmehr der Blechstreifen genommen werden? Wieviel Quadratmeter Blech wird verbraucht? Wieviel Quadratmeter beträgt der Abfall? Wieviel Prozent beträgt die Materialersparnis gegenüber dem unter a) angegebenen Verfahren? (Stegbreite hier $s_2 = 3$ mm.)

Aufgabe 011233:

Einem Würfel von der Kantenlänge a werden ein Tetraeder und ein Oktaeder einbeschrieben.

a) Wie verhalten sich die Volumina der 3 Körper zueinander?

b) Dem Tetraeder wird noch eine Kugel einbeschrieben. Begründen Sie, daß diese Kugel gleichzeitig das Oktaeder berührt, und drücken Sie das Volumen dieser Kugel als Funktion von a aus!

Aufgabe 011234:

Bemerkung 011334 = 011135

Gegeben sei eine Strecke $\overline{AB} = a = 6\,\text{cm}$. M sei der Mittelpunkt der Strecke. Schlagen Sie mit $\overline{AM}$ um M den Halbkreis über $\overline{AB}$! Halbieren Sie $\overline{AM}$ und $\overline{MB}$ und schlagen Sie über beiden Strecken mit $\frac{\overline{AM}}{2}$ die beiden Halbkreise, die innerhalb des großen Halbkreises liegen!

Es ist der Mittelpunkt des Kreises zu konstruieren, der den großen Halbkreis von innen und die beiden kleinen Halbkreise von außen berührt! Die Konstruktion ist zu begründen!

Aufgabe 011235:

Es ist zu beweisen, daß $x + y \leq a\sqrt{2}$, wenn $x^2 + y^2 = a^2$ und $a \geq 0$ ist!