# 1. Mathematik Olympiade
# 4. Stufe (DDR-Olympiade)
# Klasse 12
# Saison 1961/1962

Aufgaben

# 1. Mathematik-Olympiade
# 4. Stufe (DDR-Olympiade)
# Klasse 12
# Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 011241:

Bei 27 000 Düngungsversuchen mit Phosphordüngemitteln stellte man die folgenden mittleren Ernteerträge für Kartoffeln fest:

| Düngergabe bezogen auf $P_2O_5$ (dt/ha) | Ernteertrag (dt/ha) |
|---|---|
| 0,0 | 237 |
| 0,3 | 251 |
| 0,9 | 269 |

Die zwischen der Düngergabe $x$ (in dt/ha) und dem Ernteertrag $y$ (in dt/ha) bestehende Beziehung kann durch die folgende Relation angenähert wiedergegeben werden:

$$y = a - b \cdot 10^{-kx}$$

wobei $a$, $b$ und $k$ Konstanten sind.

a) Berechnen Sie mit Hilfe der oben angegebenen Werte diese Konstanten!

b) Berechnen Sie den Ernteertrag für eine Düngergabe von 0,6 dt/ha und 1,2 dt/ha!

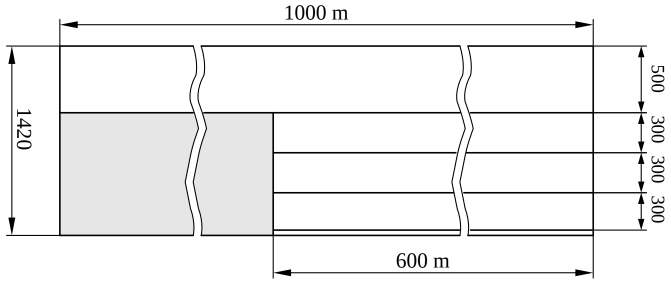
c) Stellen Sie die prozentuale Abweichung der errechneten Werte von den im Versuch ermittelten Werten 261 dt/ha bzw. 275 dt/ha fest!

Aufgabe 011242:

Es seien $u$, $v$ und $w$ beliebig gewählte positive Zahlen, kleiner als 1.

Man soll zeigen, daß unter den Zahlen $u(1-v)$, $v(1-w)$, $w(1-u)$ stets mindestens ein Wert nicht größer als $\frac{1}{4}$ vorkommt.

Aufgabe 011243:




Mit einer Rollenschere sollen aus Blechen von 1 420 mm Breite rechteckige Bleche, und zwar mit einer Breite von 500 mm und einer Gesamtlänge von 1 000 m sowie mit einer Breite von 300 mm und einer Gesamtlänge von 1 800 m geschnitten werden. Bisher wurde nach der beigefügten Zeichnung geschnitten, in der die graue Fläche den Abfall darstellt, der ziemlich groß ist.

Eine sozialistische Brigade macht den Vorschlag, so zu schneiden, daß der Abfall erheblich geringer wird.

a) Wieviel Prozent beträgt der Abfall, wenn wie bisher geschnitten wird?

b) Wie muß die Brigade schneiden, damit der Abfall möglichst gering wird, und welche Gesamtlänge der Ausgangsbleche ist in diesem Fall erforderlich?

c) Wieviel Prozent beträgt jetzt der Abfall?

Aufgabe 011244:

Gegeben sei ein konvexes ebenes Viereck.

Es ist zu beweisen, daß für den Quotienten $q$ aus dem größten und dem kleinsten aller Abstände zweier beliebiger Eckpunkte voneinander stets gilt:

$$q \geq \sqrt{2}.$$

Aufgabe 011245:

Gegeben sind eine Ebene $P$ und zwei feste Punkte $A$ und $B$, die nicht in dieser Ebene liegen. Man bezeichnet mit $A'$ und $B'$ zwei Punkte der Ebene $P$ und mit $M$ und $N$ die Mittelpunkte der Strecken $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$.

a) Bestimmen Sie den geometrischen Ort des Mittelpunktes der Strecke $\overline{MN}$, wenn sich die Punkte $A'$ und $B'$ willkürlich in der Ebene $P$ bewegen!

b) In der Ebene $P$ wird ein Kreis $O$ betrachtet. Bestimmen Sie den geometrischen Ort $L$ des Mittelpunktes der Strecke $\overline{MN}$, wenn die Punkte $A'$ und $B'$ sich auf dem Kreise $O$ oder in dessen Innern befinden!

c) Wird $A'$ fest auf dem Kreise $O$ oder in dessen Innern angenommen und $B'$ beweglich im Innern oder Äußern von $O$, so soll der geometrische Ort des Punktes $B'$ bestimmt werden, so daß der oben bestimmte Ort $L$ derselbe bleibt.

*Anmerkung:* Bei b) und c) sollen folgende Fälle betrachtet werden:

1. $A'$ und $B'$ sind verschieden,
2. $A'$ und $B'$ fallen zusammen.