2. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1962/1963

Aufgaben

2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

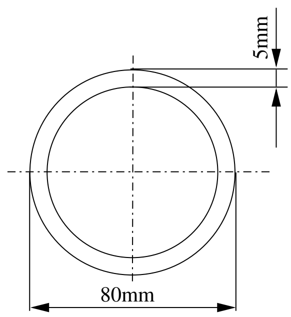
Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 021011:

Im Zentrum Berlins entsteht am Alexanderplatz das „Haus des Lehrers“. Die für dieses Bauwerk ausgehobene 20 m breite Baugrube hatte annähernd die Form eines Pyramidenstumpfes. Sie besaß eine Tiefe von 7,3 m. Die rechteckige Bausohle hatte eine Länge von 47 m und eine Breite von 15 m.

Berechnen Sie das Volumen des ausgebaggerten Bodens!

Aufgabe 021012:



Im VEB Berliner Bremsenwerk wurden Lagerscheiben ($d = 80$ mm, $h = 15$ mm) früher voll aus Messing hergestellt. Nach einem Verbesserungsvorschlag wird ein Stahlkern mit einer 5 mm starken Messingauflage versehen (siehe Abbildung).

Wieviel Lagerscheiben können heute aus der Messingmenge hergestellt werden, die früher nur für eine Scheibe reichte?

Aufgabe 021013:

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei C.

Es ist zu beweisen, daß für den oberhalb der Hypotenuse konstruierten Halbkreis, der die Katheten $\overline{AC} = b$ und $\overline{BC} = a$ berührt, stets

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

ist, wobei r der Radius dieses Halbkreises sein soll!

Aufgabe 021014:

Gegeben sind zwei konzentrische Kreise mit den Radien r und R, wobei $R > r$ sein soll.

a) Konstruieren Sie einen Kreis, der sowohl den inneren als auch den äußeren der gegebenen Kreise berührt (zwei verschiedene Fälle)!

b) Welches ist der geometrische Ort der Mittelpunkte aller dieser gesuchten Kreise (wieder zwei verschiedene Fälle)?

Aufgabe 021015:
Es ist folgender Satz zu beweisen:

Wenn die Summe zweier ganzer Zahlen durch 10 teilbar ist, so enden die Quadrate dieser Zahlen auf die gleiche Ziffer.

Aufgabe 021016:
Es ist die *kleinste* natürliche Zahl n zu bestimmen, welche folgende Eigenschaften besitzt:

a) ihre dekadische Darstellung hat als letzte Ziffer die Ziffer 6;

b) wenn man diese letzte Ziffer 6 streicht und sie als erste Ziffer vor die anderen unveränderten Ziffern schreibt, so bekommt man das Vierfache der Zahl n.