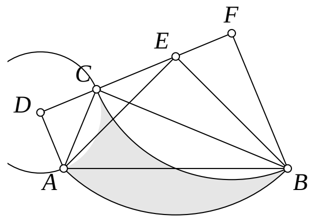
# 2. Mathematik Olympiade
# 3. Stufe (Bezirksolympiade)
# Klasse 10
# Saison 1962/1963

Aufgaben

# 2. Mathematik-Olympiade
# 3. Stufe (Bezirksolympiade)
# Klasse 10
# Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

## Aufgabe 021031:




Vergleichen Sie die Flächeninhalte der grauen Fläche und des rechtwinkligen Dreiecks $ABC$!

(Die Dreiecke $\triangle ACD, \triangle ABE$ und $\triangle CBF$ sind rechtwinklig-gleichschenklig; $D$, $E$ und $F$ sind die Mittelpunkte der Kreise.)

## Aufgabe 021032:

Berechnen Sie:

$$\log_2 \frac{1}{256} + \log_2 \frac{1}{128} + \log_2 \frac{1}{64} + \log_2 \frac{1}{32} + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 1 + \log_2 2 + \cdots + \log_2 64 + \log_2 128.$$

## Aufgabe 021033:

Es ist eine dreistellige Zahl zu finden, die folgende Eigenschaften hat:

a) Die Zahl ist durch 9 und 11 teilbar.

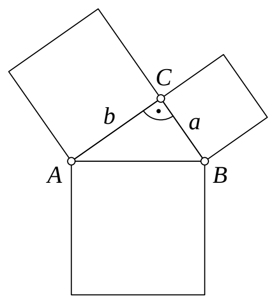
b) Vertauscht man die erste und die letzte Ziffer, so erhält man $\frac{2}{9}$ der ursprünglichen Zahl.

Wie viele Lösungen gibt es?

## Aufgabe 021034:

Aus der Figur zum pythagoreischen Lehrsatz mache man durch Verbinden der äußeren Eckpunkte ein Sechseck.

Sein Flächeninhalt soll durch die beiden Katheten $a$ und $b$ ausgedrückt werden!




## Aufgabe 021035:

Beweisen Sie, daß die Summe der Kuben dreier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen stets durch 9 teilbar ist!

Aufgabe 021036:

Für die Berechnung des Gesamtwiderstandes $R_\mathrm{g}$ bei parallel geschalteten Widerständen $R_1$ und $R_2$ gilt die Beziehung:

$$\frac{1}{R_\mathrm{g}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Diese Aufgabe kann man durch folgende einfache Konstruktion lösen: Auf einer beliebigen Geraden $g$ werden in den Punkten $A$ und $C$ (beliebiger Abstand) die Senkrechten $AB$ und $CD$ errichtet, wobei $AB$ und $CD$ in einem geeigneten Maßstab die Widerstände $R_1$ und $R_2$ darstellen sollen. Verbindet man $A$ mit $D$ und $B$ mit $C$, so schneiden sich diese Verbindungslinien in $E$. Fällt man von $E$ aus das Lot auf die Gerade (Fußpunkt sei $F$), dann wird behauptet, daß $EF$ die Größe des gesuchten Widerstandes $R_\mathrm{g}$ angibt.

a) Beweisen Sie die Richtigkeit der Konstruktion!

b) Wie bestimmen Sie graphisch den Gesamtwiderstand, wenn drei Widerstände von $8\,\Omega$, $10\,\Omega$, $12\,\Omega$ parallel geschaltet werden?