



2. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 12
Saison 1962/1963

Aufgaben





2. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 021231:

Für welche Werte von x gilt

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} - \frac{1}{\sqrt{1-x}} \geq 1?$$

Aufgabe 021232:

Konstruieren Sie ein (konvexes) Viereck aus seinen Diagonalen, dem Winkel zwischen ihnen und zwei Seiten! Begründen Sie die Konstruktion und diskutieren Sie die verschiedenen Möglichkeiten!

Aufgabe 021233:

Beweisen Sie folgende Behauptung!

Wenn eine positive ganze Zahl durch 99 teilbar ist, dann ist die Summe ihrer Ziffern nicht kleiner als 18.

Aufgabe 021234:

Geben Sie (für alle positiven Winkel x) für

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \geq \frac{8}{3}$$

alle Lösungen an!

Aufgabe 021235:

Gegeben sei eine Strecke \overline{AB} und auf ihr ein beliebiger Punkt M .

Man konstruiere über derselben Seite der Strecke \overline{AB} die Quadrate $AMDE$ und $MBGH$! Die Mittelpunkte der beiden Quadrate seien R und S .

Welches ist der geometrische Ort der Mittelpunkte der Strecken \overline{RS} ?

Aufgabe 021236:

Gegeben sei ein Würfel $ABCD A' B' C' D'$ mit $\overline{AA'} \parallel \overline{BB'} \parallel \overline{CC'} \parallel \overline{DD'}$. Der Punkt X durchläuft mit konstanter Geschwindigkeit den Umfang des Quadrats $ABCD$ in dieser Reihenfolge, der Punkt Y durchläuft mit derselben Geschwindigkeit den Umfang des Quadrats $A' D' C' B'$ in dieser Reihenfolge. Beide Punkte beginnen ihre Bewegungen im gleichen Augenblick von den Punkten A und A' aus.

Bestimmen Sie den geometrischen Ort der Mittelpunkte Z der Strecken \overline{XY} !