3. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Saison 1963/1964

Aufgaben

3. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 031031:

Man löse die Gleichung $\lg(2x+1) - \lg x = 2$!

Aufgabe 031032:

Zwei Geraden schneiden einander rechtwinklig im Punkt A. Gegeben sei ferner eine Strecke $\overline{XY} = 6$ cm, deren Endpunkte auf je einer der beiden Geraden liegen.

Bestimmen Sie den geometrischen Ort der Schwerpunkte S aller möglichen Dreiecke AXY! (X und Y sind stets von A verschieden.)

Aufgabe 031033:

Zwei Schüler erhalten die Aufgabe, zwei Zahlen a und b miteinander zu multiplizieren ($a > 0$, $b > 0$).

Zur Probe dividieren sie das Produkt durch den kleineren Faktor. Dabei erhält der 1. Schüler 575 Rest 227. Der 2. Schüler erhält 572 Rest 308. Jeder hatte nämlich bei der Addition der Teilprodukte vergessen, eine 1 zu addieren, aber jeder an einer anderen Stelle. Daher hatte der 1. Schüler im Ergebnis 100 zu wenig und der 2. Schüler 1 000 zu wenig erhalten.

Wie heißen die Zahlen a und b?

Aufgabe 031034:

Man zeige, daß für jede natürliche Zahl n der Term $n^3 + 11n$ durch 6 teilbar ist!

Aufgabe 031035:

Einem Kreis sind drei einander berührende Kreise mit dem gleichen Radius r einbeschrieben. Drei kleinere Kreise mit dem Radius x sind so eingezeichnet, daß sie je zwei der Kreise mit r sowie den umhüllenden Kreis berühren.

Es ist x rechnerisch zu bestimmen, wenn r gegeben ist!

Aufgabe 031036:

Bestimmen Sie alle ganzzahligen Paare (x, y), für die gilt:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} > \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad x > 2,\ y > 2\,!$$