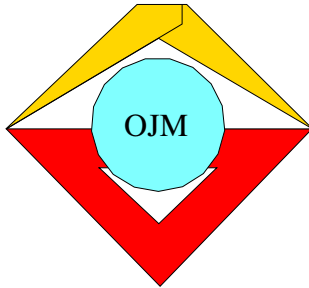




4. Mathematik Olympiade
4. Stufe (DDR-Olympiade)
Klasse 10
Saison 1964/1965

Aufgaben





4. Mathematik-Olympiade
4. Stufe (DDR-Olympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 041041:

Die 30 Preisträger eines Schülerwettbewerbs sollen mit neu herausgegebenen Fachbüchern prämiert werden. Es stehen drei verschiedene Sorten von Büchern im Wert von 30 MDN, 24 MDN bzw. 18 MDN zur Verfügung. Von jeder Sorte soll mindestens ein Buch gekauft werden.

Welche Möglichkeiten der Zusammenstellung gibt es, wenn für die Prämierung insgesamt 600 MDN zur Verfügung stehen, die ausgegeben werden sollen?

Aufgabe 041042:

Man bestimme alle reellen Zahlen x , die der Ungleichung

$$\frac{x}{p} - \frac{2p}{x} < 2$$

genügen, wobei p eine positive reelle Zahl (Parameter) bedeutet.

Aufgabe 041043:

Beweisen Sie folgende Behauptung!

Ist die Summe dreier natürlicher Zahlen durch 6 teilbar, dann ist auch die Summe der Kuben dieser drei Zahlen durch 6 teilbar.

Aufgabe 041044:

Gegeben seien ein rechtwinkliges Dreieck $\triangle ABC$ mit $\sphericalangle ACB = R$ und ein beliebiger Punkt M auf der Hypotenuse AB .

Beweisen Sie, daß folgende Relation gilt:

$$\overline{AM}^2 \cdot \overline{BC}^2 + \overline{BM}^2 \cdot \overline{AC}^2 = \overline{CM}^2 \cdot \overline{AB}^2!$$

Aufgabe 041045:

Die Länge der Kanten eines regelmäßigen Tetraeders sei a . Durch den Mittelpunkt einer Kante wird eine Ebene so gelegt, daß sie diese Kante nicht enthält und parallel zu zwei einander nicht schneidenden Kanten verläuft.

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Schnittfigur dieser Ebene mit dem Tetraeder!



Aufgabe 041046:

In den Klassen 5 bis 8 einer Schule gibt es 300 Schüler. Von ihnen lesen regelmäßig

120 Schüler die Zeitschrift "Technikus"

90 Schüler die Zeitschrift "Fröhlichsein und Singen"

180 Schüler die Zeitschrift "Die Trommel"

60 Schüler die Zeitschriften "Die Trommel" und "Technikus"

16 Schüler die Zeitschriften "Technikus" und "Fröhlichsein und Singen"

24 Schüler die Zeitschriften "Die Trommel" und "Fröhlichsein und Singen"

6 Schüler alle drei genannten Zeitschriften.

I. a) Wieviel Schüler lesen genau eine dieser Zeitschriften regelmäßig?

b) Wieviel Schüler lesen keine dieser Zeitschriften regelmäßig?

II. Lösen Sie die Aufgabe allgemein, indem Sie die Schülerzahl mit s bezeichnen und die übrigen angegebenen Zahlen der Reihe nach durch die Variablen a bis g ersetzen!