5. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Saison 1965/1966

Aufgaben

5. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 051031:
Weisen Sie nach, daß alle Zahlen

$$1331; 1030301; 1003003001; ...; 1\underbrace{00...0}\,3\underbrace{00...0}_{\text{jeweils } k \text{ Nullen}}\,3\underbrace{00...0}\,1 \quad \text{Kubikzahlen sind!}$$

Aufgabe 051032:

a) Konstruieren Sie einen Rhombus $ABCD$ aus $e+f$ und α! Dabei bedeutet e die Länge der Diagonalen $\overline{AC}$, f die Länge der Diagonalen $\overline{BD}$ und α das Maß des Winkels $\sphericalangle DAB$.

b) Beschreiben und diskutieren Sie die Konstruktion!

Aufgabe 051033:
Ermitteln Sie alle reellen Zahlen a, b und c für die $a + bc = (a + b)(a + c)$ gilt!

Aufgabe 051034:
Beweisen Sie, das $\log_2 6$ keine rationale Zahl ist!

Aufgabe 051035:
Man gebe für die reellen Zahlen a, b, c, d Bedingungen an, die folgendes leisten:

1. Wenn die Bedingungen erfüllt sind, dann hat die Gleichung
$$\frac{a(x+1)+b}{c(x+1)+d} = \frac{ax+b}{cx+d} \tag{1}$$
(mindestens) eine Lösung.
2. Wenn die Gleichung (1) eine Lösung hat, so sind die Bedingungen erfüllt.

Man ermittle, falls die Bedingungen erfüllt sind, alle Lösungen von (*). (Diskussion)

Aufgabe 051036:
Gegeben seien zwei konzentrische Kreise.

Man beweise, daß die Summe der Quadrate der Entfernungen jedes Punktes P auf der äußeren Kreislinie von den Endpunkten eines Durchmessers des inneren Kreises konstant ist.