



6. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1966/1967

Aufgaben





6. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 060931:

Zwei Primzahlen p_1 und p_2 (mit $p_1 > p_2$) heißen Primzahlzwillinge, wenn $p_1 - p_2 = 2$ gilt.

Beweisen Sie, daß für alle Primzahlzwillinge p_1 und p_2 , für die $p_2 > 3$ ist, stets die Summe $p_1 + p_2$ durch 12 teilbar ist!

Aufgabe 060932:

Beweisen Sie die folgende Behauptung:

Sind bei einem (nicht notwendigerweise regelmäßigen) Tetraeder $ABCD$ die Umfänge aller seiner vier Seitenflächen untereinander gleich, dann sind diese Flächen zueinander kongruent.

Aufgabe 060933:

Beweisen Sie die folgende Behauptung:

In keinem rechtwinkligen Dreieck ist die Länge der Hypotenuse kleiner als das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fache der Summe der Kathetenlängen.

Aufgabe 060934:

Zeigen Sie, daß es unter allen Zahlen der Form $2p+1$, wobei p eine Primzahl ist, genau eine Kubikzahl gibt!

Aufgabe 060935:

Auf dem Kreis k bewegen sich der Punkt A mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v_1 und der Punkt B mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v_2 , wobei $v_1 \neq v_2$ ist.

Bewegen sich beide Punkte im gleichen Umlaufsinn (etwa im Uhrzeigersinn), so überholt der Punkt A den Punkt B jeweils nach 56 min. Bewegen sich beide Punkte in verschiedenem Umlaufsinn, so begegnen sie einander jeweils nach 8 min. Dabei verringert bzw. vergrößert sich ihr auf der Kreislinie gemessener Abstand voneinander in je 24 s um 14 m.

- Wie lang ist der Kreisumfang?
- Wie groß sind die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 (in m/min)?

Aufgabe 060936:

In einer Ebene sind ein Kreis k , eine Gerade g sowie ein Punkt A auf g gegeben.

Man konstruiere einen Kreis k' , der erstens k berührt und zweitens g in A berührt. Man untersuche, wie viele solcher Kreise k' es bei den verschiedenen Lagemöglichkeiten von k , g und A geben kann.