6. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1966/1967

Aufgaben

6. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 061211:

Die Cheops-Pyramide in Ägypten hat die Form einer Pyramide mit der quadratischen Grundfläche $ABCD$. Die Spitze S liegt 140 m über dem Mittelpunkt M der Grundfläche. Die Seitenlänge der Grundfläche beträgt 231 m. Wir wollen einmal annehmen, daß folgendes möglich ist:

Ein Tourist besteigt die Pyramide derart, daß er von A ausgehend auf geradem Wege senkrecht zur Kante BS gelangt. Nachdem er diese Kante im Punkt B_1 erreicht hat, geht er weiter auf geradem Wege senkrecht zur Kante CS bis zu dieser Kante im Punkt C_1, von dort entsprechend weiter zum Punkt D_1 auf Kante DS und zum Punkt A_1 auf der Kante AS.

a) Wie lang wäre der von ihm von A bis zum Punkt A_1 zurückgelegte Weg?

b) In welcher Höhe über der Grundfläche befände sich der Tourist im Punkt A_1?

c) Welche Winkel würden die geraden Teilwege mit der Ebene der Grundfläche bilden?

Aufgabe 061212:

In einer Ebene sind fünf Punkte gegeben, von denen keine drei auf einer Geraden liegen. Je zwei dieser Punkte sind entweder durch eine rote oder eine blaue Strecke so verbunden, daß keine drei von diesen Strecken ein Dreieck derselben Farbe bilden.

a) Beweisen Sie:

   (1.) Von jedem der fünf gegebenen Punkte gehen genau zwei rote und genau zwei blaue Strecken aus.

   (2.) Die roten Strecken bilden einen geschlossenen Streckenzug, der alle fünf gegebenen Punkte enthält. Dasselbe gilt für die blauen Strecken.

b) Ermitteln Sie die Anzahl aller (voneinander verschiedenen) Möglichkeiten, die gegebenen fünf Punkte unter den Bedingungen der Aufgabe durch rote und blaue Strecken zu verbinden!

Aufgabe 061213:

In einer quaderförmigen Schachtel mit den inneren Abmessungen 10 cm, 10 cm und 1 cm sind gleich große Kugeln von 1 cm Durchmesser einzulegen. Jemand behauptet, man könne mehr als 105 dieser Kugeln in der Schachtel unterbringen.

Stellen Sie fest, ob diese Behauptung richtig ist!

Aufgabe 061214:

Geben Sie alle n-stelligen natürlichen Zahlen an, die gleich der n-ten Potenz ihrer Quersumme sind!