



7. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Saison 1967/1968

Aufgaben





7. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 071031:

Beweisen Sie folgende Aussage:

Die Winkelhalbierende je eines Innenwinkels jedes Dreiecks teilt die gegenüberliegende Seite in Abschnitte, von denen jeder kleiner ist als die dem Innenwinkel anliegende Dreiecksseite durch einen Endpunkt des betreffenden Abschnitts.

Aufgabe 071032:

Es ist zu beweisen, daß $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ ist, wenn a, b, c positive reelle Zahlen sind und $a \neq 1, b \neq 1$ ist!

Aufgabe 071033:

Ingelore sagt zu ihrer Schwester Monika:

”Wir haben gestern im Mathematikunterricht Berechnungen an einer quadratischen Pyramide durchgeführt und dabei für das Volumen und den Oberflächeninhalt gleiche Maßzahlen erhalten. Ich weiß zwar noch, daß alle Maßzahlen natürliche Zahlen waren, kann mich aber nicht mehr daran erinnern, wie sie lauten.”

”Welche Maßzahlen meinstest du, als du 'alle Maßzahlen' sagtest?”

”Ich meinte die Maßzahlen der Seitenlänge der Grundfläche, der Höhe, des Volumens und des Oberflächeninhalts der Pyramide.”

”Waren diese Stücke mit zusammenpassenden Maßeinheiten versehen, waren z.B. die Längen in cm der Oberflächeninhalt in cm^2 und das Volumen in cm^3 angegeben?”

”Ja so war es.”

Aus diesen Angaben kann Monika die Aufgabe rekonstruieren. Wie kann das geschehen?

Aufgabe 071034:

Gesucht sind alle diejenigen Tripel natürlicher Zahlen a_i ($i = 1, 2, 3$), die die Gleichung $\sqrt{2a_1^2 - 2a_2^2} = a_3$ erfüllen und für die außerdem $1 \leq a_i \leq 10$ gilt!

Aufgabe 071035:

Für welches reelle a nimmt die Summe der Quadrate der Lösungen der Gleichung $x^2 + ax + a - 2 = 0$ ihren kleinsten Wert an?



Aufgabe 071036:

- a) Konstruieren Sie ein Dreieck aus $h_c - h_b = 3$ cm; $b - c = 3,5$ cm und $a = 8$ cm!

Dabei ist h_c die Länge der zur Seite AB gehörenden Höhe, h_b die Länge der zur Seite AC gehörenden Höhe und a die Länge der Seite BC , b die der Seite AC und c die der Seite AB .

- b) Beschreiben und diskutieren Sie die Konstruktion!