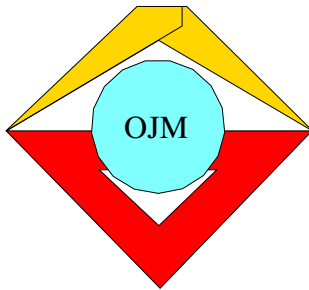




9. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1969/1970

Aufgaben





9. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 090831:

Die Altersangaben (in vollen Lebensjahren ausgedrückt) einer Familie - Vater, Mutter und ihre zwei Kinder - haben folgende Eigenschaften:

Das Produkt aller vier Lebensalter beträgt 44 950; der Vater ist 2 Jahre älter als die Mutter.

Wie alt sind die vier Familienmitglieder?

Aufgabe 090832:

Über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks $\triangle ABC$ seien ähnliche Vielecke V_a , V_b , V_c konstruiert, und zwar so, daß die Dreiecksseiten BC , AC , AB jeweils einander entsprechende Seiten von V_a , V_b bzw. V_c sind.

Beweise: Der Flächeninhalt des Vielecks über der Hypotenuse ist gleich der Summe der Flächeninhalte der beiden Vielecke über den Katheten.

Aufgabe 090833:

Beweise die Richtigkeit der folgenden Teilbarkeitsregel:

Eine drei- oder mehrstellige natürliche Zahl ist stets dann durch 8 teilbar, wenn die aus der Hunderterziffer und der Zehnerziffer gebildete Zahl, vermehrt um die Hälfte der Anzahl der Einer, eine durch 4 teilbare ganze Zahl ist.

Beispiel: 37 528 ist zu untersuchen. $52 + 4 = 56$ ist durch 4 teilbar, also ist 37 528 durch 8 teilbar.

Aufgabe 090834:

Es seien K_1 , K_2 , K_3 , K_4 vier konzentrische Kreise, für deren Radien r_1 , r_2 , r_3 und r_4

$$r_4 - r_3 = r_3 - r_2 = r_2 - r_1 = r_1 \quad \text{gilt.}$$

Ermittle das Verhältnis des Flächeninhalts von K_1 zu den Flächeninhalten der drei von K_1 und K_2 bzw. K_2 und K_3 bzw. K_3 und K_4 gebildeten Kreisringe!

Aufgabe 090835:

Aus 77prozentigem und 87prozentigem Spiritus und nur daraus soll durch Mischen genau 1 000 g 80prozentiger Spiritus hergestellt werden.

Ermittle die dafür genau benötigten Massen!

Die Prozentangaben beziehen sich auf die Massen.



Aufgabe 090836:

Im ebenen Gelände seien genau alle diejenigen Punkte zugänglich, die auf einem Rechteck $ABCD$ einschließlich seines Inneren gelegen sind. In dieser Rechteckfläche führe ein Kreisbogen von A nach B , dessen zugehöriger Mittelpunkt nicht zugänglich sei. Auf dem Kreisbogen liege der Punkt P (mit $P \neq A$ und $P \neq B$).

Konstruiere die Tangente in P an den Kreisbogen, ohne daß bei Durchführung der Konstruktion das Rechteck $ABCD$ verlassen wird!