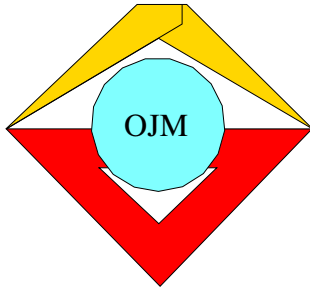




9. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Saison 1969/1970

Aufgaben





9. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 090921:

Bei einem Klassenfest stellen die Schüler ihrem Mathematiklehrer die folgende Aufgabe:

Die Schüler teilen ihrem Lehrer mit, daß sie sich insgeheim so in drei Gruppen aufgeteilt haben, daß jeder Schüler der Klasse genau einer Gruppe angehört. Die Schüler der ersten Gruppe nennen sich die "Wahren", weil sie jede Frage wahrheitsgemäß beantworten. Die Schüler der zweiten Gruppe nennen sich die "Unwahren", weil sie jede Frage falsch beantworten. Die Schüler der dritten Gruppe schließlich nennen sich die "Unbeständigen", weil jeder von ihnen Serien aufeinanderfolgender Fragen alternierend (abwechselnd) wahr und falsch beantwortet; dabei ist aber ungewiß, ob er jeweils die erste Frage einer Serie wahr oder falsch beantwortet.

Jeder Schüler antwortet auf eine gestellte Frage nur mit ja oder nur mit nein; Fragen, die andere Antworten erfordern, werden nicht zugelassen. Der Lehrer soll nun von einem beliebigen Schüler der Klasse durch Fragen, die er an diesen Schüler richtet und die sich nur auf die Zugehörigkeit zu einer der genannten Gruppe beziehen, feststellen, ob der Schüler ein "Wahrer", ein "Unwahrer" oder ein "Unbeständiger" ist.

- Welches ist die kleinste Anzahl von Fragen, die dazu ausreicht?
- Geben Sie eine Möglichkeit an, die Zugehörigkeit eines Schülers mit dieser kleinsten Anzahl von Fragen zu ermitteln!

Aufgabe 090922:

Gegeben sei ein Würfel mit der Kantenlänge a_1 und dem Volumen V_1 sowie ein reguläres Tetraeder mit der Kantenlänge a_2 und dem Volumen V_2 . Für die Kantenlängen gelte $a_1 : a_2 = 1 : \sqrt{2}$.

Berechnen Sie das Verhältnis $V_1 : V_2$!

Aufgabe 090923:

Jemand hat sieben Kärtchen mit jeweils einer der Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 7.

Man zeige, daß sich unter allen denjenigen siebenstelligen Zahlen, die unter Verwendung jeweils genau dieser sieben Kärtchen gelegt werden können (wobei ein z.B. durch Umdrehen bewirktes "Verwandeln" der 6 in eine 9 verboten ist), keine zwei befinden, deren eine ein ganzzahliges Vielfaches der anderen ist!

Aufgabe 090924:

Es ist zu beweisen:

Verbindet man in einem Parallelogramm $ABCD$ den Eckpunkt C mit den Mittelpunkten der Seiten AB und AD , so teilen diese Verbindungsstrecken die Diagonale BD in drei gleich lange Teilstrecken.