9. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1969/1970

Aufgaben

9. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 090931:

Es sei $ABCDEFGH$ ein regelmäßiges Achteck. Man denke sich alle Dreiecke gebildet, deren Ecken je drei der Punkte A, B, C, D, E, F, G, H sind. Jemand will nun einige dieser Dreiecke aufschreiben, und zwar so, daß keine zwei der aufgeschriebenen Dreiecke einander kongruent sind.

Ermitteln Sie die größtmögliche Anzahl von Dreiecken, die er unter dieser Bedingung aufschreiben kann!

Aufgabe 090932:

Konstruieren Sie ein Dreieck ΔABC aus $s_a = 9,6$ cm, $s_b = 12,6$ cm und $s_c = 11,1$ cm! Dabei sind s_a, s_b und s_c die Längen der drei Seitenhalbierenden des Dreiecks.

Beschreiben und diskutieren Sie die Konstruktion!

Aufgabe 090933:

Für eine bestimmte Arbeit benötigt A genau m-mal so lange Zeit wie B und C zusammen; B benötigt genau n-mal so lange wie C und A zusammen und C genau p-mal so lange wie A und B zusammen.

Berechnen Sie p in Abhängigkeit von m und n!

Aufgabe 090934:

Man beweise:

Wenn zwei ganze Zahlen a und b die Bedingung erfüllen, daß die Zahl $11a + 2b$ durch 19 teilbar ist, dann ist auch die Zahl $18a + 5b$ durch 19 teilbar.

Aufgabe 090935:

Die Fläche des Dreiecks ΔABC werde durch eine Parallele zur Seite AB in zwei inhaltsgleiche Teilflächen zerlegt.

Ermitteln Sie das Verhältnis, in dem die zur Seite AB gehörende Höhe des Dreiecks durch die Parallele geteilt wird!

Aufgabe 090936:

Es sei $f(x)$ die für alle reellen x definierte Funktion $f(x) = \frac{(x-1)\,x}{2}$.

Ferner sei x_0 eine beliebig gegebene, von 0 verschiedene reelle Zahl. Wie üblich seien die Funktionswerte der Funktion $f(x)$ an den Stellen $x_0 + 1$ und $x_0 + 2$ mit $f(x_0 + 1)$ bzw. $f(x_0 + 2)$ bezeichnet.

Man beweise, daß dann

$$f(x_0 + 2) = \frac{(x_0 + 2)\, f(x_0 + 1)}{x_0} \quad \text{gilt.}$$