10. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1970/1971

Aufgaben

10. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100931:

Günter verbrachte in seinen Ferien eine Anzahl von Tagen mit seiner FDJ-Gruppe in einem Lager. An jedem Tage wurden aus seiner Gruppe genau zwei Schüler vormittags und genau zwei Schüler nachmittags zum Tischdienst eingeteilt. Im Laufe der Tage wurden alle Schüler seiner Gruppe gleich oft zu diesem Tischdienst eingesetzt. Ferner ist folgendes bekannt:

(1) Günter war an genau 6 Tagen zum Tischdienst eingeteilt.

(2) Wenn er nachmittags Tischdienst hatte, hatte er vormittags keinen.

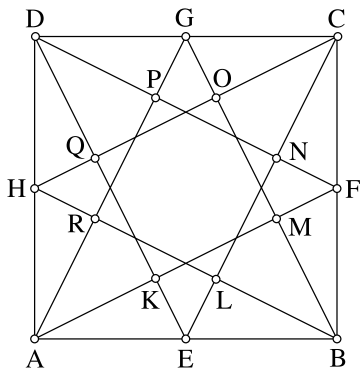
(3) Er hatte an diesen Tagen genau 13mal nachmittags keinen Tischdienst.

(4) Er hatte an diesen Tagen genau 11mal vormittags keinen Tischdienst.

Aus wieviel Schülern bestand Günters Gruppe?

Aufgabe 100932:

In einem Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge a seien die Mittelpunkte der Seiten AB, BC, CD, DA mit E, F, G, H bezeichnet. In dem Streckenzug $AFDECHBGA$ auftretenden Schnittpunkte seien so mit K, L, M, N, O, P, R bezeichnet, daß $AKELBMFNCOGPDQHR$ ein (nicht konvexes) Sechzehneck ist, auf dessen Seiten keine weiteren Schnittpunkte des obengenannten Streckenzuges mit sich selbst liegen (siehe Abbildung).



Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Sechzehnecks!

Aufgabe 100933:

Wenn x eine reelle Zahl ist, so bedeute $[x]$ die größte ganze Zahl, die nicht größer als x ist.

(So ist z.B. $[3,7] = 3$, $[-3,7] = -4$, $[4] = 4$.)

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen x, für die $\left[\frac{10+3x}{6}\right] = \frac{5x+3}{7}$ gilt!

Aufgabe 100934:

Gesucht sind alle geordneten Tripel reeller Zahlen (x, y, z), welche Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} (1) \quad & x + y = 2 \\ (2) \quad & xy - z^2 = 1 \text{ sind!} \end{aligned}$$

Aufgabe 100935:

Eine dreiseitige Pyramide mit den Ecken A, B, C, D und der Spitze D habe die Kantenlängen $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{AC} = 3$ cm, $\overline{BC} = 5$ cm, $\overline{BD} = 12$ cm, $\overline{CD} = 13$ cm, und $\sphericalangle ABD$ sei ein rechter Winkel.

Man berechne das Volumen V dieser Pyramide.

Aufgabe 100936:

Es sei ein Dreieck ΔABC aus $a + b + c$, α, γ zu konstruieren. Dabei bedeuten wie üblich a, b, c die Längen der Seiten BC, AC, AB und α, γ die Größen der Winkel $\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle ACB$.

Beschreiben, begründen und diskutieren Sie Ihre Konstruktion!