



10. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1970/1971

Aufgaben





10. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 101021:

Beweisen Sie, daß jede mehrstellige natürliche Zahl größer ist als das aus ihren sämtlichen Ziffern gebildete Produkt!

Aufgabe 101022:

Vier Personen A, B, C und D machen in einem Spiel je drei Aussagen über denselben Gegenstand, einen einfarbigen Ball. Die Aussagen lauten:

- A (1) Der Ball ist weder rot noch gelb.
(2) Der Ball ist entweder rot oder grün.
(3) Der Ball ist schwarz.
- B (1) Wenn der Ball nicht gelb ist, ist er weiß.
(2) A macht eine falsche Aussage, wenn er sagt, der Ball ist schwarz.
(3) Der Ball ist grün.
- C (1) Der Ball ist entweder schwarz oder grün.
(2) Der Ball ist rot.
(3) Der Ball ist entweder grün oder schwarz oder gelb.
- D (1) Der Ball hat die gleiche Farbe wie mein Pullover.
(2) Wenn der Ball gelb ist, ist er nicht schwarz.
(3) Der Ball ist schwarz und grün.

Ermitteln Sie die Farbe des Balles für die folgenden beiden Fälle und untersuchen Sie, ob allein mit den vorliegenden Angaben die Farbe des Pullovers von D ermittelt werden kann! Wenn ja, geben Sie diese Farbe an!

Fall a) Von den drei Aussagen jeder der vier Personen sind genau zwei wahr.

Fall b) Von den drei Aussagen jeder der vier Personen sind genau zwei falsch.

Aufgabe 101023:

In einem gleichseitigen Dreieck $\triangle ABC$ mit der Seitenlänge a sei M der Mittelpunkt des Umkreises. S sei ein Punkt der in M auf der Ebene des Dreiecks errichteten Senkrechten, für den $\overline{AB} : \overline{SM} = 3 : \sqrt{6}$ gilt.

Beweisen Sie, daß das Tetraeder mit den Ecken A, B, C, S regulär ist, d.h. daß alle Kanten dieses Tetraeders gleich lang sind!

Aufgabe 101024:

Es seien m und n beliebige ganze Zahlen.

Beweisen Sie, daß mindestens eine der Zahlen $x = 2mn$; $y = m^2 - n^2$; $z = m^2 + n^2$ durch 5 teilbar ist!