



11. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1971/1972

Aufgaben





11. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110931:

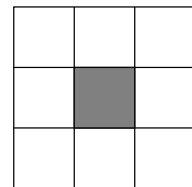
Günter erzählt:

”Die sechsstellige Telefonnummer unserer Schule merke ich mir folgendermaßen: Ich schreibe unsere zweistellige Hausnummer hin. Dahinter schreibe ich die Quersumme der Hausnummer und füge nun jeweils die Summe aus den letzten beiden hingeschriebenen Zahlen an, bis sechs Ziffern dastehen. Übrigens kommt in der Telefonnummer unserer Schule keine Eins vor, und unsere Hausnummer ist eine durch 3 teilbare Zahl.”

Wie lautet Günters Hausnummer und wie die Telefonnummer seiner Schule?

Aufgabe 110932:

In die nebenstehende Figur sollen neun aufeinanderfolgende natürliche Zahlen so eingetragen werden, daß in jedem Feld genau eine steht und die drei ”Zeilensummen”, die drei ”Spaltensummen” und die zwei ”Diagonalsummen” sämtlich einander gleich sind (magisches Quadrat). Beweisen Sie, daß eine derartige Belegung genau dann möglich ist, wenn in dem grauen Feld die fünfte der der Größe nach geordneten Zahlen steht!



Aufgabe 110933:

Beweisen Sie den folgenden Satz!

Verhalten sich die Seitenlängen eines Dreiecks $\triangle ABC$ wie $\sqrt{3} : \sqrt{2} : 1$, dann stehen zwei Seitenhalbierende dieses Dreiecks senkrecht aufeinander.

Aufgabe 110934:

In einem Rechteck $ABCD$ mit $\overline{AB} = \overline{CD} = a$ und $\overline{BC} = \overline{DA} = b$, ($a > b$) schneide die Halbierende des Winkels $\sphericalangle BAD$ die Seite CD in S_1 . Weiter sei S_2 der Mittelpunkt von AB .

Ermitteln Sie das Verhältnis $a : b$ der Seitenlängen eines solchen Rechtecks, bei dem die Halbierende des Winkels $\sphericalangle AS_2C$ die Seite CD in S_1 schneidet!

Aufgabe 110935:

Es seien a, b, c positive reelle Zahlen. Man beweise, daß dann

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} \geq 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \text{ gilt!}$$

Man gebe alle Fälle an, in denen Gleichheit eintritt!



Aufgabe 110936:

Ermitteln Sie alle geordneten Paare (x, y) ganzer Zahlen x, y , die Lösungen der folgenden Gleichung sind!

$$2x^2 - 2xy - 5x - y + 19 = 0$$