



11. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1971/1972

Aufgaben





11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 111021:

Fünf Schüler A, B, C, D, E spielen folgendes Spiel, dessen Regeln ihnen allen bekannt sind:

Einer von ihnen, z.B. der Schüler A , verläßt den Raum. Nun werden auf ein Blatt Papier genau 10 Vierecke gezeichnet. Die Zeichnung wird versteckt, und A wird hereingerufen. Jeder der Schüler B, C, D und E macht über die gezeichneten Vierecke genau eine Aussage. Von diesen Aussagen ist genau eine falsch. Sie lauten:

- (1) Auf der Zeichnung ist nicht nur ein Quadrat.
- (2) Es sind genau doppelt so viele Rechtecke wie Quadrate auf der Zeichnung.
- (3) Man sieht unter den Vierecken auf der Zeichnung genau ein Parallelogramm.
- (4) Auf der Zeichnung gibt es genau doppelt so viele Trapeze wie Rechtecke.

A soll nun feststellen, welche Aussage falsch ist. Außerdem soll er die genaue Anzahl der Quadrate, Rechtecke und Trapeze angeben. Wie kann das geschehen?

Aufgabe 111022:

Zwei Autos starteten gleichzeitig und fahren auf derselben Straße von A nach B . Das erste Auto benötigte für diese Strecke 4 Stunden, das zweite 3 Stunden. Beide fahren während der ganzen Zeit mit gleichbleibender Geschwindigkeit.

- a) Zu welchem Zeitpunkt nach dem Start war das erste Auto genau doppelt so weit von B entfernt wie das zweite?
- b) Welche Strecke, ausgedrückt in Bruchteilen der gesamten Entfernung von A nach B , legte jedes Auto bis zu dem in a) gesuchten Zeitpunkt zurück?

Aufgabe 111023:

Es seien u und v reelle Zahlen mit $0 < v < u$.

Ermitteln Sie alle reellen Zahlen k mit $k > -\frac{v}{u}$, für die $\frac{u + kv}{v + ku} < 1$ gilt!

Aufgabe 111024:

Unter allen gleichschenkligen Dreiecken $\triangle ABC$ ist bei gegebener Schenkellänge $\overline{AC} = \overline{BC} = a$ die Basislänge $\overline{AB} = c$ derjenigen Dreiecke zu ermitteln, für die das Verhältnis der Flächeninhalte von In- und Umkreis $1 : 4$ beträgt.