



12. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Saison 1972/1973

Aufgaben





12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 120921:

Beweisen Sie den folgenden Satz!

Die Summe der Kuben dreier beliebiger aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist durch 3 teilbar.

Aufgabe 120922:

Ermitteln Sie alle reellen Zahlen x , für die der Quotient

$$\frac{8 - 3x}{7x - 2} \quad \text{negativ ist!}$$

Aufgabe 120923:

Zu Dekorationszwecken sollen gleich große Konservenbüchsen verschiedener Sorten so in mehreren Reihen übereinander aufgebaut werden, daß folgende Bedingungen erfüllt sind:

- (1) Jede Reihe soll genau eine Büchse mehr enthalten als die Reihe unmittelbar über ihr.
- (2) Die oberste Reihe enthält genau eine Büchse.
- (3) Es werden genau drei verschiedene Sorten Büchsen verwendet.
- (4) Von jeder der drei Sorten findet genau dieselbe Anzahl von Büchsen Verwendung.
- (5) Jede Reihe besteht aus Büchsen von genau einer Sorte.
- (6) Keine zwei unmittelbar übereinanderstehenden Reihen enthalten Büchsen derselben Sorte.

Ermitteln Sie die kleinste Anzahl von Büchsen, für die es möglich ist, die Bedingungen (1) bis (6) gleichzeitig zu erfüllen!

Aufgabe 120924:

Ein konvexes Tangentenviereck $ABCD$ (ein Viereck, in das ein Kreis so einbeschrieben werden kann, daß er jede der vier Seiten des Vierecks in je einem Punkt berührt) habe den Umfang u , der Radius seines Inkreises sei r .

Berechnen Sie den Flächeninhalt F dieses Tangentenvierecks!