12. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1972/1973

Aufgaben

12. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

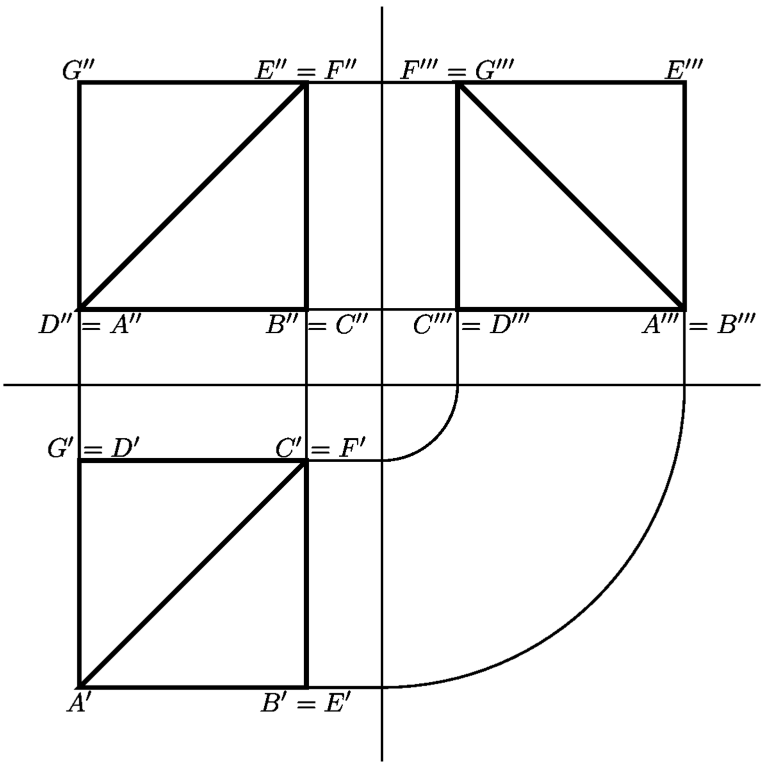
Aufgabe 121021:
Beweisen Sie den folgenden Satz!

Bildet man aus irgendeiner im dekadischen System geschriebenen natürlichen Zahl z_1 durch beliebiges Vertauschen ihrer Ziffern untereinander eine neue Zahl z_2, dann ist $|z_1 - z_2|$ stets durch 9 teilbar.

Aufgabe 121022:
In der Abbildung ist ein konvexer, durch ebene Flächen begrenzter Körper in Grund-, Auf- und Seitenriß dargestellt. Die Umrisse des dargestellten Körpers sind in allen drei Rissen Quadrate mit der Seitenlänge a.

a) Zeichnen Sie für $a = 6$ cm den Körper in schräger Parallelprojektion $\left(\alpha = 60°;\ q = \frac{1}{2}\right)$!

b) Berechnen Sie das Volumen V des in a) dargestellten Körpers!



Aufgabe 121023:

In einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem sind zwei Parabeln gezeichnet. Die eine ist der Graph der Funktion mit der Gleichung $y = x^2$. Die zweite liegt ebenfalls symmetrisch zur y-Achse; ihr Scheitelpunkt ist $S(0; 6)$. Sie hat ferner folgende Eigenschaft:

Fällt man von den Schnittpunkten A und B beider Parabeln die Lote auf die x-Achse (Fußpunkte seien A_1 bzw. B_1), so ist das Viereck A_1B_1BA ein Quadrat.

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte, in denen die zweite Parabel die x-Achse schneidet!

Aufgabe 121024:

a) Den Schülern einer Klasse wird die Aufgabe gestellt, $\sqrt{12}$ und $\sqrt{133}$ grafisch zu ermitteln. Dafür sollen nur der Höhensatz oder der Kathetensatz oder beide Sätze (für jede der Wurzeln jeweils einer dieser beiden Sätze) benutzt werden. Ein Schüler löst beide Aufgaben an dem gleichen rechtwinkligen Dreieck.

   Wie lauten alle Möglichkeiten, hierfür geeignete Maßzahlen p und q der Längen der Hypotenusenabschnitte zu wählen, so daß diese Maßzahlen p und q überdies rationale Zahlen sind?

b) Man beantworte die gleiche Frage für den Fall, daß $\sqrt{11}$ und $\sqrt{133}$ zu ermitteln waren.