



12. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Saison 1972/1973

Aufgaben





12. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 121031:

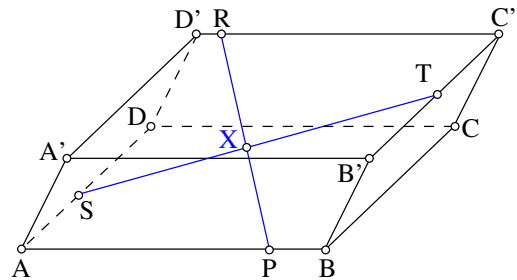
Für ein gleichschenkliges Dreieck ΔABC sei die Höhenlänge $|CD| = h$ und die Basislänge $|AB| = g$ genannt. Ferner sei dem Dreieck ein Quadrat $EFGH$ derart einbeschrieben, daß EF auf AB , G auf BC und H auf AC liegen.

Ermitteln Sie alle Verhältnisse $h : g$, für die sich die Flächeninhalte von Dreieck ΔABC und Quadrat $EFGH$ wie $9 : 4$ verhalten.

Aufgabe 121032:

Es sei $ABCD A'B'C'D'$ ein Parallelepiped, d.i. ein nicht notwendig gerades vierseitiges Prisma mit einem Parallelogramm $ABCD$ als Grundfläche.

Es ist die Menge aller derjenigen Punkte X zu ermitteln, die als Schnittpunkte von Strecken \overline{PR} und \overline{ST} auftreten können, wenn P ein Punkt auf AB , R ein Punkt auf $C'D'$, S ein Punkt auf AD und T ein Punkt auf $B'C'$ ist.



Aufgabe 121033:

Man denke sich alle Primzahlen, beginnend mit der Primzahl 5, der Größe nach fortlaufend numeriert; es mögen also numeriert sein:

Primzahl	5	7	11	13	17	19	...
Nummer	1	2	3	4	5	6	...

Es ist zu beweisen, daß dann jede Primzahl größer als das Dreifache ihrer Nummer ist.

Aufgabe 121034:

Ein Lokomotivführer bemerkte am Anfang eines 20 km langen Streckenabschnitts s , daß er eine Verspätung von genau 4 min hatte. Er fuhr daraufhin diese Strecke s mit einer um 10 km/h höheren Durchschnittsgeschwindigkeit, als sie der Fahrplan vorsah. Am Ende der Strecke s war erstmalig wieder Übereinstimmung mit dem Fahrplan erreicht.

Wie groß war die für s vorgesehene fahrplanmäßige Durchschnittsgeschwindigkeit?

Aufgabe 121035:

Beweisen Sie, daß $\lg\left(1 - \frac{1}{25^2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{26^2}\right) + \dots + \lg\left(1 - \frac{1}{100^2}\right) = \lg \frac{606}{625}$ gilt!



Aufgabe 121036:

Beweisen Sie den folgenden Satz!

Hat der Winkel an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks eine Größe von 36° , so ist die Basis des Dreiecks genau so lang wie der größere Abschnitt auf einem nach dem "Goldenen Schnitt" geteilten Schenkel des Dreiecks.

Anmerkung: Eine Strecke heißt nach dem "Goldenen Schnitt" in zwei Abschnitte geteilt, wenn die Länge des größeren Abschnitts die mittlere Proportionale zwischen der Länge des kleineren Abschnitts und der Länge der gesamten Strecke ist.