13. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1973/1974

Aufgaben

13. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 130821:

In der folgenden Aufgabe sind die Buchstaben a, b, c und das Zeichen $*$ durch jeweils eine der Ziffern 0 bis 9 so zu ersetzen, daß eine richtig gelöste und in üblicher Weise geschriebene Multiplikationsaufgabe entsteht.

$$\begin{array}{ccccccc}
a & b & c & \cdot & b & a & c \\
\hline
 & * & * & * & b & & \\
 & & & * & * & a & \\
 & & & * & * & * & * \\
\hline
 & * & * & * & * & * & *
\end{array}$$

Dabei bedeuten gleiche Buchstaben gleiche, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern. An die Ziffern, die für die Zeichen $*$ zu setzen sind, werden keine Gleichheits- oder Verschiedenheitsforderungen gestellt.

Aufgabe 130822:

Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit dem rechten Winkel bei C aus $\rho = 2,5$ cm und $\alpha = 50°$! Dabei sei ρ der Inkreisradius und α die Größe des Winkels BAC.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Stelle fest, ob durch die gegebenen Stücke ein Dreieck eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 130823:

Man ermittle alle rationalen Zahlen r mit folgender Eigenschaft:

Subtrahiert man r vom Zähler des Bruches $\frac{3}{4}$ und addiert r zu dessen Nenner, so erhält man einen Bruch, der halb so groß wie $\frac{3}{4}$ ist.

Aufgabe 130824:

Zwei Kreise k_1 und k_2 mögen einander in zwei verschiedenen Punkten A und B schneiden. Zwei voneinander verschiedene parallele Geraden g_1 und g_2 durch A bzw. B seien so gelegen, daß g_1 den Kreis k_1 in einem von A verschiedenen Punkte C und den Kreis k_2 in einem von A verschiedenen Punkte D schneidet, daß ferner g_2 den Kreis k_1 in einem von B verschiedenen Punkte E und den Kreis k_2 in einem von B verschiedenen Punkte F schneidet und daß dabei A zwischen C und D sowie B zwischen E und F liegt.

Beweise, daß dann $\overline{CD} = \overline{EF}$ gilt!