



13. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1973/1974

Aufgaben





13. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 131011:

Ermitteln Sie alle Mengen $\{a, b, c\}$ aus rationalen Zahlen a, b, c mit der Eigenschaft, daß $\{\frac{10}{3}; -\frac{5}{12}; \frac{9}{4}\}$ die Menge der Summen aus je zwei Zahlen von $\{a, b, c\}$ ist!

Aufgabe 131012:

Es sei $ABCD$ ein Parallelogramm und M der Schnittpunkt seiner Diagonalen. Ferner seien S_1, S_2, S_3, S_4 die Schwerpunkte der Dreiecke ABM, BCM, CDM, DAM .

Man beweise, daß dann $S_1S_2S_3S_4$ ein Parallelogramm ist!

Aufgabe 131013:

Jemand möchte als Rechenaufgabe stellen, aus der Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis zu einer angegebenen natürlichen Zahl n genau eine angegebene natürliche Zahl x wegzulassen und die übrigen $n - 1$ Zahlen zu addieren. Er möchte die Zahlen n und x so angeben, daß als Ergebnis dieser Rechenaufgabe die Summe 448 entsteht.

Man ermittle alle Möglichkeiten, x und n in dieser Weise anzugeben!

Aufgabe 131014:

Jens und Dirk spielen das folgende Spiel

Sie wählen abwechselnd für je einen Koeffizienten einer durch $f(x) = ax^2 + bx + c$ zu definierenden Funktion f reelle Zahlen a ($\neq 0$), b, c in dieser Reihenfolge. Jens beginnt. Liegen nach erfolgter Wahl von a, b, c die Schnittpunkte des Graphen der Funktion f mit der x -Achse symmetrisch zum Koordinatenursprung, so hat Dirk gewonnen, liegen sie unsymmetrisch, Jens. Das Spiel endet genau dann unentschieden, wenn f keine Nullstellen hat.

Es ist zu untersuchen, ob es sich bei diesem Spiel um ein "ungerechtes Spiel" handelt. Als ein ungerechtes Spiel wird ein Spiel bezeichnet, bei dem einer der Spieler bei allen Spielmöglichkeiten des anderen den Gewinn erzwingen kann.