



14. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1974/1975

Aufgaben





14. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 140831:

Um Peters Fähigkeiten im Knobeln zu erproben, werden ihm an einem Zirkelnachmittag über fünf Schüler sieben Aussagen mitgeteilt, unter denen, wie ihm ebenfalls gesagt wird, genau eine falsch ist. Er soll diese falsche Aussage herausfinden und außerdem die Namen der Schüler dem Alter nach ordnen.

Die Aussagen lauten:

- (1) Anton ist älter als Elvira.
- (2) Berta ist jünger als Christine.
- (3) Dieter ist jünger als Anton.
- (4) Elvira ist älter als Christine.
- (5) Anton ist jünger als Christine.
- (6) Elvira ist älter als Dieter.
- (7) Christine ist jünger als Dieter.

Ermittle die falsche Aussage, und ordne die Namen der Schüler dem Alter nach (beginnend mit dem Jüngsten)!

Aufgabe 140832:

Von zwei Primzahlen wird folgendes gefordert:

- a) Ihre Summe ist eine Primzahl.
- b) Multipliziert man diese Summe mit dem Produkt der zuerst genannten beiden Primzahlen, so erhält man eine durch 10 teilbare Zahl.

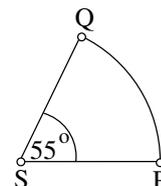
Man gebe alle Primzahlen an, die diese Forderungen erfüllen.

Aufgabe 140833:

Gegeben sei ein Kreissektor mit dem Radius $\overline{SP} = \overline{SR} = 8,5$ cm und dem Zentriwinkel $\sphericalangle PSR$ der Größe 55° (siehe Abbildung).

Konstruiere einen Kreis k , der dem gegebenen Sektor einbeschrieben ist, d.h., der die Strecken SP , SR und den Bogen PR so berührt, daß k innerhalb der Fläche des PR enthaltenden Kreises liegt!

Beschreibe und begründe deine Konstruktion!





Aufgabe 140834:

Achim, Bernd, Christian und Detlef waren die vier Teilnehmer der Endrunde eines Schachturniers. Es hatte jeder gegen jeden genau zweimal zu spielen. Für jede gewonnene Partie wurden ein Punkt, für jede unentschiedene ein halber Punkt, für jede verlorene 0 Punkte vergeben.

Ein Wandzeitungsartikel über dieses Turnier enthält folgende Angaben:

- Bernd und Christian erzielten zusammen genau einen Punkt mehr als Achim und Detlef zusammen.
- Christian und Detlef erzielten zusammen genau 7 Punkte.
- Achim und Christian konnten zusammen genau 5 Punkte weniger erreichen als Bernd und Detlef zusammen.

Es wird gefragt, wie viele Punkte jeder der vier Teilnehmer erhielt. Ermittle auf diese Fragen alle Antworten, die den genannten Angaben entsprechen!

Aufgabe 140835:

Beweise folgenden Satz:

Verbindet man die Mittelpunkte der Diagonalen eines Trapezes, so erhält man eine (evtl. zu einem Punkt ausgeartete) Strecke, deren Länge halb so groß ist wie die Differenz der Längen der zwei parallelen Seiten.

Aufgabe 140836:

Gegeben seien drei Zahlen p, p_1, p_2 mit $0 < p_1 < p < p_2 < 100$.

Aus einer geeigneten Menge x kg einer p_1 -prozentigen Lösung eines Stoffes (d.h. einer Lösung, die p_1 % dieses Stoffes und den Rest Wasser enthält) und einer geeigneten Menge y kg einer p_2 -prozentigen Lösung des gleichen Stoffes soll durch Zusammengießen eine p -prozentige Lösung hergestellt werden.

- a) Ermittle das hierzu erforderliche Mischungsverhältnis, d.h. die Zahl $x : y$, zunächst speziell für die Werte $p_1 = 25, p_2 = 60$ und $p = 35$!
- b) Stelle dann eine für beliebige Werte von p_1, p_2 und p gültige Formel für das Mischungsverhältnis auf!

Anmerkung: Die angegebenen Prozentsätze beziehen sich auf die Masse, sind also nicht als Volumenprozent anzusehen.