14. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1974/1975

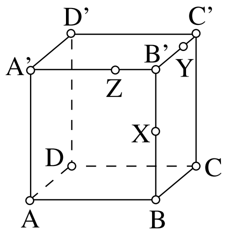
Aufgaben

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 140911:

Gegeben sei ein Würfel mit den Eckpunkten A, B, C, D, A', B', C', D' und der Kantenlänge a (siehe Abbildung). Auf BB' liege ein Punkt X, auf $B'C'$ ein Punkt Y und auf $A'B'$ ein Punkt Z, wobei diese Punkte beliebig gelegen, aber von B' verschieden sein sollen.



Wir betrachten dann für jede solche Wahl von X, Y, Z den geschlossenen Streckenzug $XYZX$. Als Länge dieses Streckenzuges bezeichnet man die Summe der Längen $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$ und $\overline{ZX}$.

a) Ermitteln Sie, ob es unter diesen Streckenzügen einen mit größter Länge gibt!

b) Ermitteln Sie, ob es unter diesen Streckenzügen einen mit kleinster Länge gibt!

c) Falls es bei a) oder b) einen solchen Streckenzug gibt, so ermitteln Sie seine Länge!

Aufgabe 140912:

Peter behauptet, man könne bei einem beliebig gegebenen Dreieck ABC, in dem D der Mittelpunkt der Seite AB ist, allein durch Längenvergleich der Seitenhalbierenden CD und der halben Seite AD feststellen, ob das Dreieck bei C einen spitzen, rechten oder stumpfen Innenwinkel hat.

Untersuchen Sie, ob Peters Behauptung richtig ist!

Aufgabe 140913:

An eine im dekadischen System geschriebene natürliche Zahl z werden folgende Forderungen gestellt:

(1) Die Quersumme von z soll 11 betragen.

(2) Die Ziffern von z sollen paarweise verschieden sein.

(3) Die Zahl z soll durch 11 teilbar sein.

Ermitteln Sie alle Zahlen z, die die Forderungen (1) bis (3) erfüllen! len!

Aufgabe 140914:

Bettina und Axel sind beide Briefmarkensammler, nun schlägt Axel Bettina folgendes Spiel um Briefmarken vor:

Jeder schreibt, unabhängig von dem anderen (ohne dem anderen Einsicht zu gewähren) genau eine der drei Zahlen 1, 2 oder 3 auf einen Zettel. Danach werden die Zettel aufgedeckt. Ist nun die von Axel notierte Zahl kleiner oder gleich der von Bettina notierten, so wird die von Axel notierte Zahl von der von Bettina notierten Zahl subtrahiert, in den anderen Fällen werden die Zahlen addiert.

Ist die so entstandene Zahl kleiner als 3, so darf sich Axel so viele Briefmarken von Bettina nehmen, wie diese Zahl angibt; in den anderen Fällen darf sich entsprechend Bettina von Axel Briefmarken nehmen. Nachdem sich Bettina diese komplizierten Regeln genau durchdacht hat, sagt sie zu Axel, daß dieses Spiel keinen Zweck hätte. Es könne nämlich jeder von beiden so spielen, daß er mit Sicherheit nicht verliert. Das würde aber bedeuten, daß keiner vom anderen eine Marke nehmen dürfte.

Ist diese Meinung Bettinas richtig?