



**14. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 9**  
**Saison 1974/1975**

Aufgaben





14. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 9  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 140921:

An einer Fußballmeisterschaft der DDR beteiligen sich 14 Mannschaften der Oberliga. In der ersten Halbserie spielen je zwei dieser Mannschaften genau einmal gegeneinander.

Es ist zu beweisen, daß es in der Zeit dieser Halbserie nach jedem Spieltag zwei Mannschaften der Oberliga gibt, die die gleiche Anzahl von Spielen ausgetragen haben.

Aufgabe 140922:

Es sei  $\triangle ABC$  ein spitzwinkliges Dreieck,  $H$  sei der Schnittpunkt seiner Höhen und  $D, E, F$  deren Fußpunkte, wobei  $D$  auf  $BC$ ,  $E$  auf  $CA$  und  $F$  auf  $AB$  liegen mögen.

Man beweise, daß dann  $\overline{AH} \cdot \overline{HD} = \overline{BH} \cdot \overline{HE} = \overline{CH} \cdot \overline{HF}$  gilt.

Aufgabe 140923:

Es ist die kleinste positive ganze Zahl zu ermitteln, deren dritte Potenz ein ganzzahliges Vielfaches von 588 ist.

Aufgabe 140924:

$AB$  sei eine in der Ebene  $\varepsilon$  gegebene Strecke der Länge  $a$ . In  $\varepsilon$  sei  $g$  die Gerade durch  $A$ , die senkrecht zu  $AB$  ist. In  $B$  sei die Senkrechte  $s$  auf die Ebene  $\varepsilon$  errichtet. Schließlich seien  $C$  ein von  $A$  verschiedener Punkt auf  $g$  und  $D$  ein von  $B$  verschiedener Punkt auf  $s$ .

- Man beweise, daß es eine Kugel gibt, die durch die Punkte  $A, B, C$  und  $D$  geht.
- Man berechne den Radius einer solchen Kugel für den Fall, daß  $\overline{CA} = a\sqrt{2}$  und  $\overline{BD} = a\sqrt{3}$  gilt.