14. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1974/1975

Aufgaben

14. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 141011:

Jemand wählt eine natürliche Zahl n, addiert die natürlichen Zahlen von 1 bis n zueinander und erhält als Summe $1 + 2 + ... + n$ eine dreistellige Zahl, die (wie z.B. 777) aus lauter gleichen Ziffern besteht.

Man ermittle alle Möglichkeiten, eine Zahl n zu wählen, für die das zutrifft!

Aufgabe 141012:

Ein VEB hat für das Jahr 1975 die Produktion von 10 000 Stück seines Haupterzeugnisses vorgesehen. Weiterhin ist geplant, die für die Jahre 1976, 1977, 1978, 1979 vorgesehenen Produktionszahlen so zu steigern, daß die für 1979 vorgesehene Zahl den vierfachen Wert der Zahl für 1975 erreicht. Dabei soll die prozentuale Steigerung von Jahr zu Jahr alle vier Mal gleich sein.

a) Wieviel Prozent beträgt bei gerundeter Rechnung, d.h. ohne Berücksichtigung der Stellen nach dem Komma, dieser jährliche Zuwachs?

b) Geben Sie die (entsprechend gerundeten) Produktionsziffern für die Jahre 1976, 1977, 1978 und 1979 an!

Aufgabe 141013:

In einem rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem seien die Punkte $A(-\frac{1}{2}; 0)$ und $B(\frac{1}{2}; 0)$ gegeben.

a) Beweisen Sie, daß es möglich ist, die Koordinaten von vier Punkten P_i $(i = 1, 2, 3, 4)$ so anzugeben, daß für die Menge dieser vier Punkte die folgenden Bedingungen erfüllt sind!

   (1) Die Längen aller Strecken AP_i und BP_i sind ganzzahlig.

   (2) Es gibt keine Gerade, auf der drei der Punkte P_i liegen.

b) Beweisen Sie, daß es keine Menge aus mehr als vier Punkten P_i mit den Eigenschaften (1) und (2) gibt!

Aufgabe 141014:

In einem konvexen n-Eck $A_1A_2...A_n$ soll der Innenwinkel bei A_1 die Größe 120° haben, und die Innenwinkel an den Ecken A_2, A_3, ... , A_n sollen in dieser Reihenfolge jeweils um 5° größer sein als der vorhergehende Winkel, also 125°, 130°, ... betragen.

Man zeige, daß für $n \neq 9$ ein solches n-Eck nicht existieren kann!