



14. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1974/1975

Aufgaben





14. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 141021:

Klaus überprüft während der Ferien seine Vokabelkenntnisse in Russisch. Als er unter den 2555 Wörtern, die er im Laufe der Zeit sorgfältig in sein Vokabelheft eingetragen hat, die Anzahl z_1 derjenigen Wörter ermittelt, die er noch beherrscht, und danach die Anzahl z_2 der übrigen Wörter, stellt er beim Aufschreiben dieser beiden Zahlen fest, daß $z_1 > z_2$ ist und daß er beim Aufschreiben genau zwei Ziffern verwendet hat, und zwar immer abwechselnd, wobei die an erster Stelle stehende Ziffer bei beiden Zahlen dieselbe ist.

Man ermittle z_1 und z_2 !

Aufgabe 141022:

Geben Sie alle (geordneten) Tripel (x, y, z) an, die die folgenden Bedingungen erfüllen!

- (1) $x - y = 96$,
- (2) $y - z = 96$,
- (3) x, y und z sind Quadrate natürlicher Zahlen.

Aufgabe 141023:

Es sei $\triangle ADC$ ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck mit C als Scheitelpunkt des rechten Winkels. Über AC sei nach außen ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit B als Scheitelpunkt des rechten Winkels so gelegen, daß der Fußpunkt E des Lotes von D auf die Gerade durch A, B zwischen A und B liegt.

Man beweise, daß dann $\overline{DE} = \overline{AB} + \overline{BC}$ gilt!

Aufgabe 141024:

Gegeben seien positive Streckenlängen h, r, x mit $x < 2r$. Es bezeichne ε eine Ebene und k einen in ε gelegenen Kreis mit einem Durchmesser AB der Länge $2r$. Auf der Senkrechten zu ε durch A sei C ein Punkt mit $\overline{AC} = h$. Auf k sei D ein Punkt mit $\overline{BD} = x$.

- a) Man berechne das Volumen V der Pyramide mit den Eckpunkten C, D, A, B !
- b) Man beweise, daß $BD \perp CD$ gilt!