



15. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Saison 1975/1976

Aufgaben





15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 150921:

Klaus hat bei einer Hausaufgabe $4^2 - 3^2$ auszurechnen. Ihm fällt dabei auf, daß das Ergebnis 7 gleich der Summe der beiden benutzten Zahlen 4 und 3 ist. Als er seine Entdeckung an den Zahlen 10 und 11 überprüft, stellt er fest, daß auch hier $11^2 - 10^2 = 21 = 11 + 10$ ist.

Ermitteln Sie alle Paare (a, b) natürlicher Zahlen mit $a > b$, für die die (positive) Differenz der Quadrate der beiden Zahlen gleich der Summe beider Zahlen ist!

Aufgabe 150922:

In das abgebildete Quadrat sollen die Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 so eingetragen werden, daß in jeder Zeile und Spalte und in den beiden Diagonalen jede der Ziffern von 1 bis 5 genau einmal vertreten ist. Die bereits eingetragenen Ziffern sollen dabei nicht verändert werden.

- Geben Sie eine den Bedingungen entsprechende Eintragung an!
- Untersuchen Sie, ob voneinander verschiedene den Bedingungen entsprechende Eintragungen möglich sind, und ermitteln Sie, wenn dies zutrifft, alle derartigen Eintragungen!

	A	B	C	D	E
a	1	2	3		
b					
c				5	
d					4
e					

Die Buchstaben an den Rändern des Quadrates sollen die Beschreibungen des Lösungsweges erleichtern. So steht z.B. im Feld cD bereits die Ziffer 5, Kurzschreibweise cD:5.

Aufgabe 150923:

Gegeben seien die Seitenlänge a eines Quadrates $ABCD$ sowie eine Länge m , für die $m \leq a$ gilt. Es sei M derjenige Punkt auf der Seite CD , für den $\overline{MD} = m$ gilt.

Gesucht ist ein Punkt N auf der Seite AD so, daß sich der Flächeninhalt des Dreiecks NMD zu dem des Quadrates $ABCD$ wie 1 : 7 verhält.

Man ermittle alle diejenigen Werte von m , für die ein solcher Punkt N auf AD existiert, und hierzu jeweils die Länge der Strecke DN .

Aufgabe 150924:

Bei der Lösung der Aufgabe, ein Dreieck ABC aus $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ und $\sphericalangle BAC = \alpha$ zu konstruieren, seien zwei zueinander nicht kongruente Dreiecke ABC_1 und ABC_2 entstanden, die den Bedingungen genügen.

Ermitteln Sie unter diesen Voraussetzungen die Größe des Winkels $\sphericalangle AC_1B$, wenn außerdem bekannt ist, daß er viermal so groß ist wie der Winkel $\sphericalangle AC_2B$!