



15. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1975/1976

Aufgaben





15. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 151021:

Vor dem Beginn eines Pferderennens fachsimplen Zuschauer über den möglichen Einlauf der drei Favoriten A , B und C .

- Zuschauer (1): "A oder C gewinnt."
- Zuschauer (2): "Wenn A Zweiter wird, gewinnt B."
- Zuschauer (3): "Wenn A Dritter wird, dann gewinnt C nicht."
- Zuschauer (4): "A oder B wird Zweiter."

Nach dem Einlauf stellte sich heraus, daß die drei Favoriten A , B , C tatsächlich die ersten drei Plätze belegten und daß alle vier Aussagen wahr waren.

Wie lautete der Einlauf?

Aufgabe 151022:

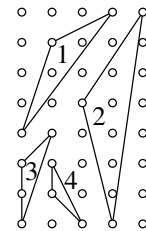
Hubert hat drei Kästchen, deren jedes eine Anzahl von Kugeln enthält. Er legt aus dem ersten Kästchen in jedes der beiden anderen so viele Kugeln hinein, wie jeweils schon darin sind. Dann legt er aus dem zweiten Kästchen in jedes der beiden anderen so viele Kugeln, wie nun zur Zeit jeweils darin sind. Schließlich legt er aus dem dritten Kästchen in jedes der beiden anderen so viele Kugeln, wie nun zur Zeit jeweils darin sind. Danach stellt er fest, daß in jedem der Kästchen genau 64 Kugeln sind.

Ermitteln Sie die Anzahl der Kugeln, die jedes der Kästchen ursprünglich enthielt!

Aufgabe 151023:

Die Eckpunkte der mit 1, 2, 3 und 4 gekennzeichneten Dreiecke seien sämtlich Gitterpunkte eines quadratischen Netzes (siehe Abbildung).

Ermitteln Sie von diesen vier Dreiecken alle, die untereinander ähnlich sind!



Aufgabe 151024:

Für positive reelle Zahlen a und b gelte

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2. \tag{1}$$

Es ist zu beweisen, daß dann für diese Zahlen

$$a + b \geq 2 \quad \text{gilt.} \tag{2}$$

Ferner sind alle positiven reellen Zahlenpaare (a, b) zu ermitteln, für die (1) gilt und für die in (2) das Gleichheitszeichen gilt.