16. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Saison 1976/1977

Aufgaben

16. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 160711:

Bei der 3. Stufe der XV. Mathematikolympiade erhielten die sechs Thälmann-Pioniere Anita, Bernd, Christine, Doris, Erich und Fritz je einen Preis. Genau zwei von ihnen erhielten volle Punktzahl.

Auf die Frage, welche beiden Pioniere volle Punktzahl erhielten, wurden folgende fünf Antworten gegeben:

(1) Anita und Christine;

(2) Anita und Fritz;

(3) Bernd und Fritz;

(4) Anita und Doris;

(5) Bernd und Erich.

Anschließend wurde festgestellt, daß in genau einer dieser fünf Antworten beide Angaben falsch sind, während in den übrigen vier jeweils eine Angabe wahr und eine falsch ist.

Wie heißen nach dieser Feststellung die beiden Preisträger, die die volle Punktzahl erhielten? Überprüfe, ob sich diese Frage aus den vorliegenden Antworten eindeutig beantworten läßt!

Aufgabe 160712:

Man denke sich die Zahlen 1, 2, 3, 4, ... u.s.w. bis 100 derart hintereinander aufgeschrieben, daß eine Zahl z der Form $z = 12345678910111213...9899100$ entsteht.

a) Wieviel Stellen hat z?

b) Es sollen 100 Ziffern der Zahl z so gestrichen werden, daß die mit den restlichen Ziffern dargestellte Zahl z' möglichst groß ist. Dabei soll an der Reihenfolge der (in z') verbleibenden Ziffern von z nichts geändert werden.

Ermittle, welche Ziffern zu streichen sind, und gib die ersten zehn Ziffern der neuen Zahl z' an!

Aufgabe 160713:

Es seien a und b zwei zueinander parallele Geraden. A und P seien Punkte auf a, ferner seien B und Q Punkte auf b. Dabei gelte $PQ \perp a$. Der Mittelpunkt von PQ sei M, und es sei c die Parallele zu a durch M.

Beweise folgenden Satz:

Ist S der Schnittpunkt von c mit AB, so gilt $\overline{AS} = \overline{BS}$

Aufgabe 160714:

Bei einem Radrennen auf einem Rundkurs von 1 km Länge hatte zu einem bestimmten Zeitpunkt der Radsportler A genau 500 m Vorsprung vor dem Radsportler B. B fuhr mit einer Geschwindigkeit von $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, A mit einer Geschwindigkeit von $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

a) Nach wieviel Minuten von dem angegebenen Zeitpunkt an gerechnet holte B den Fahrer A das erste Mal ein, wenn angenommen wird, daß beide mit gleichbleibender Geschwindigkeit fuhren?

b) Nach wieviel weiteren Minuten würde B den Fahrer A zum zweiten Mal einholen ("überrunden"), wenn beide Fahrer auch weiterhin mit jeweils gleichbleibender Geschwindigkeit weiterfahren würden?

Wieviele Runden hätte A und wieviele B zwischen dem ersten und dem zweiten Mal des Überholens zurückgelegt?