17. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1977/1978

Aufgaben

17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 171011:

Beweisen Sie den folgenden Satz!

In jedem regelmäßigen Fünfeck ist jede der Diagonalen parallel zu einer der Fünfeckseiten.

Aufgabe 171012:

Man ermittle die Menge aller derjenigen reellen Zahlen x, für die der Term $\frac{1}{\sqrt{33-8x-x^2}}$ definiert ist!

Aufgabe 171013:

Sind a_0, a_1, ..., a_{n-1}, a_n natürliche Zahlen mit $0 \leq a_i \leq 7$ $(i = 0, 1, ...n)$ und gilt

$$z = a_n \cdot 8^n + a_{n-1} \cdot 8^{n-1} + ... + a_1 \cdot 8 + a_0,$$

so sagt man, z sei im Oktalsystem durch die Ziffern a_n, a_{n-1}, ..., a_1, a_0 dargestellt, und schreibt kurz

$$z = [a_n a_{n-1} ... a_1 a_0]_8.$$

Die natürliche Zahl, die im dekadischen System die Darstellung 135 hat, lautet z.B. im Oktalsystem $[207]_8$; denn es gilt $135 = 2 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8 + 7$ sowie $0 \leq 2; 0; 7 \leq 7$ und $2 > 0$.

a) Stellen Sie die natürliche Zahl, deren Darstellung im dekadischen System 214 lautet, im Oktalsystem dar!

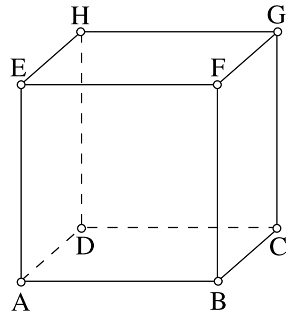
b) Im Kryptogramm

$$\begin{array}{r} [\;\;E\;\;I\;\;N\;\;S\;\;]_8 \\ +[\;\;E\;\;I\;\;N\;\;S\;\;]_8 \\ \hline [\;\;Z\;\;W\;\;E\;\;I\;\;]_8 \end{array}$$

wird gefordert, für gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, für verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern so einzusetzen, daß im Oktalsystem dargestellte natürliche Zahlen entstehen, für die die angegebene Additionsaussage wahr ist.

Geben Sie mindestens eine Lösung dieses Kryptogramms an, und zeigen Sie, daß die angegebene Lösung alle verlangten Eigenschaften hat!

Aufgabe 171014:



Es sei M die Menge aller 12 Kanten und aller 12 Flächendiagonalen eines Würfels mit den Eckpunkten A, B, C, D, E, F, G, H. Gibt es einen Streckenzug, bei dem jede in M enthaltene Strecke genau einmal durchlaufen wird?

Wenn ja, geben Sie ein Beispiel dafür (durch Angabe der Folge der Eckpunkte des Streckenzuges), und zeigen Sie, daß der so angegebene Streckenzug die verlangte Eigenschaft hat!