17. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1977/1978

Aufgaben

17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 171021:

Von vier Kreisen k_1, k_2, k_3, k_4 wird verlangt, daß sie die folgenden beiden Eigenschaften (1), (2) haben:

(1) Der Durchmesser von k_4 ist um 1 cm größer als der Durchmesser von k_3, dessen Durchmesser ist um 1 cm größer als der von k_2, und dessen Durchmesser ist um 1 cm größer als der von k_1.

(2) Der Flächeninhalt von k_4 ist so groß wie die Summe der Flächeninhalte der anderen drei Kreise.

Untersuchen Sie, für welche Länge des Durchmessers von k_1 diese beiden Forderungen (1), (2) erfüllt sind!

Aufgabe 171022:

Beweisen Sie die folgende Aussage!

Wenn M der Mittelpunkt eines Kreises k ist und wenn eine Gerade g, die durch einen Punkt A von k geht, auf AM senkrecht steht, dann ist sie eine Tangente des Kreises k, d.h., sie hat mit k genau einen Punkt gemeinsam.

Aufgabe 171023:

Man ermittle die Menge aller derjenigen reellen Zahlen x, für die der Term $\lg(x^2 + 7x - 30)$ definiert ist!

Aufgabe 171024:

Wenn eine natürliche Zahl $Z \neq 0$ im dekadischen System durch die Ziffernfolge $a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_1 a_0$ (mit $0 \leq a_i \leq 9$ für $i = 0, ..., n$ und mit $a_n \neq 0$) dargestellt ist, so bezeichnen wir als Quersumme $Q(Z)$ dieser Zahl Z die Summe

$$Q(Z) = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + ... + a_1 + a_0$$

und als Querprodukt $P(Z)$ dieser Zahl Z das Produkt

$$P(Z) = a_n \cdot a_{n-1} \cdot a_{n-2} \cdot ... \cdot a_1 \cdot a_0.$$

Ermitteln Sie alle natürlichen Zahlen Z mit $0 < Z < 1000$, für die $Q(Z) + P(Z) = Z$ gilt!