



**18. Mathematik Olympiade**  
**3. Stufe (Bezirksolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1978/1979**

Aufgaben





18. Mathematik-Olympiade  
3. Stufe (Bezirksolympiade)  
Klasse 8  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 180831:

Im Inneren eines spitzwinkligen Dreiecks  $ABC$ , dessen Innenwinkel die Größen  $\alpha, \beta, \gamma$  haben, sei ein Punkt  $P$  so gelegen, daß  $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC}$  gilt. Die Größen der Winkel  $\sphericalangle PAB, \sphericalangle PBA$  bzw.  $\sphericalangle PAC$  seien mit  $\delta, \epsilon$  bzw.  $\eta$  bezeichnet.

- Berechne  $\delta, \epsilon$  und  $\eta$  für den Fall, daß  $\alpha = 70^\circ$  und  $\beta = 80^\circ$  gilt!
- Ermittle eine Formel für  $\delta$  in Abhängigkeit von  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$ , ebenso eine Formel für  $\epsilon$  und eine Formel für  $\eta$ !

Aufgabe 180832:

Von einem Dreieck  $ABC$  wird gefordert, daß für die Länge  $a$  der Seite  $BC$ , die Länge  $c$  der Seite  $AB$ , die Länge  $w_\alpha$  der Halbierenden des Winkels  $\sphericalangle BAC$  und für die Größe  $\beta$  des Winkels  $\sphericalangle ABC$  die Beziehungen  $a : c = 2 : 3; w_\alpha = 6 \text{ cm}; \beta = 35^\circ$  gelten.

- Konstruiere ein solches Dreieck, und beschreibe deine Konstruktion!
- Beweise, daß jedes so konstruierte Dreieck die gestellten Forderungen erfüllt! Eine Analysis und eine Determination werden nicht verlangt.

Aufgabe 180833:

Jürgen ist im Ferienlager und will für seine Gruppe Brause zu 0,21 M je Flasche einkaufen. Er nimmt kein Bargeld, sondern nur leere Flaschen mit. Für das eingelöste Pfandgeld (0,30 M für jede der leere Flaschen) kauft er möglichst viele Flaschen Brause, wobei er für jede volle Flasche außer dem Preis von 0,21 M auch 0,30 M Pfand zu zahlen hat. Es stellt sich heraus, daß er sieben Flaschen weniger erhält, als er abgegeben hat. Außerdem bekommt er noch Geld zurück.

Ermittle alle Möglichkeiten, wie viele leere Flaschen Jürgen mitgenommen haben könnte und wie viel Geld er dann zurückerhielt!

Aufgabe 180834:

Beweise folgenden Satz:

Ist  $p$  eine Primzahl größer als 3, so ist die Zahl  $(p - 1)(p + 1)$  durch 24 teilbar.

Aufgabe 180835:

Zum Experimentieren wird eine 30%ige Salzlösung benötigt. Vorhanden sind aber lediglich 2 Liter 10%iger Salzlösung sowie eine Flasche mit 42%iger Salzlösung.



Ermittle, wie viel Liter 42%iger Salzlösung den 2 Litern 10%iger Salzlösung zuzusetzen sind, damit eine 30%ige Salzlösung entsteht!

Aufgabe 180836:

Es sei  $\triangle ABC$  ein spitzwinkliges Dreieck,  $d$  die Länge des Durchmessers seines Umkreises,  $a$  bzw.  $b$  die Längen der Seiten  $BC$  bzw.  $AC$  und schließlich  $h$  die Länge der auf  $AB$  senkrecht stehenden Höhe.

Beweise, daß dann stets  $d = \frac{a \cdot b}{h}$  gilt!