



**19. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 10**  
**Saison 1979/1980**

Aufgaben





19. Mathematik-Olympiade  
 2. Stufe (Kreisolympiade)  
 Klasse 10  
 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 191021:

Ein rechteckiges Bild, dessen Seitenlängen sich wie 2 : 3 verhalten, soll einen überall gleich breiten Rahmen erhalten, dessen Flächeninhalt so groß ist wie der des Bildes.

Ermitteln Sie alle diejenigen Werte des Längenverhältnisses der Außenkanten des Rahmens, die diese Forderung erfüllen!

Aufgabe 191022:

Beweisen Sie die folgende Aussage!

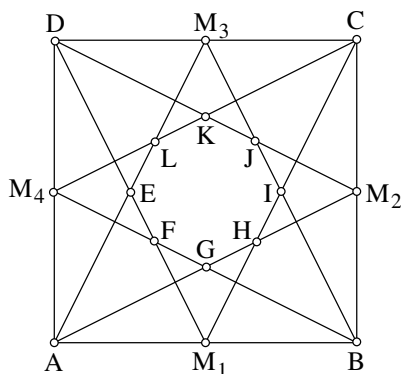
Wenn die Summe dreier Quadratzahlen durch 9 teilbar ist, dann sind entweder alle drei Quadratzahlen durch 9 teilbar, oder genau zwei der Quadratzahlen ergeben bei Division durch 9 den gleichen Rest.

Aufgabe 191023:

Von einem Dreieck  $ABC$  seien die Seitenlängen  $\overline{BC} = a$ ,  $\overline{CA} = b$  und  $\overline{AB} = c$  und gegeben. Der Inkreis dieses Dreiecks berühre die Seite  $BC$  in  $D$ , die Seite  $CA$  in  $E$  und die Seite  $AB$  in  $F$ .

Ermitteln Sie die Längen der Seitenabschnitte  $BD$ ,  $DC$ ,  $CE$ ,  $EA$ ,  $AF$  und  $FB$ , in Abhängigkeit von  $a$ ,  $b$  und  $c$  ausgedrückt!

Aufgabe 191024:



Verbindet man in einem Quadrat  $ABCD$  die Mittelpunkte  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  und  $M_4$  der Seiten jeweils mit den beiden gegenüberliegenden Eckpunkten, so entsteht ein achtstrahliger Stern, der in seinem Innern ein Achteck  $EFGHIJKL$  enthält.

Stellen Sie fest, ob dieses Achteck regelmäßig ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung!