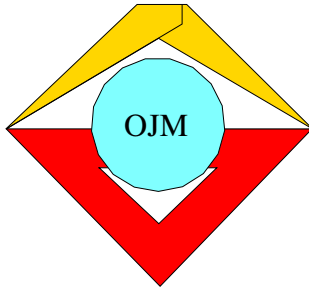




20. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1980/1981

Aufgaben





20. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 200731:

Von einer natürlichen Zahl z wird gefordert, daß sie sich in vier Summanden zerlegen läßt, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- Der erste Summand beträgt zwei Drittel der Zahl z ,
- der zweite Summand beträgt ein Viertel des ersten Summanden,
- der dritte Summand beträgt ein vier Fünftel es zweiten Summanden,
- der vierte Summand beträgt ein Viertel des dritten Summanden,
- der dritte Summand beträgt 48.

Untersuche, ob diese Bedingungen erfüllbar sind!

Ist dies der Fall, so ermittle alle natürlichen Zahlen z und ihre Zerlegungen in vier Summanden, die diese Bedingungen erfüllen!

Aufgabe 200732:

Gegeben seien sieben Strecken mit den Längen 1 cm, 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm, 11 cm und 15 cm.

- a) Gib die Anzahl aller verschiedenen Möglichkeiten an, drei von diesen sieben Strecken auszuwählen! Dabei sollen solche Möglichkeiten, die sich nur in der Reihenfolge der ausgewählten Strecken unterscheiden, nicht als verschieden gewertet werden.
- b) Gib unter den in a) gefundenen Möglichkeiten alle diejenigen an, bei denen aus den Längen der drei ausgewählten Strecken als Seitenlänge ein Dreieck konstruiert werden kann!
- c) Berechne, wieviel Prozent der in a) gefundenen Möglichkeiten die in b) gefundenen Möglichkeiten sind! (Der Prozentsatz ist auf eine Dezimale nach dem Komma gerundet anzugeben.)

Aufgabe 200733:

Es sei S der Scheitel eines spitzen Winkels, dessen Schenkel mit s_1 und s_2 bezeichnet seien. Es werde vorausgesetzt, daß auf dem Strahl s_1 zwei voneinander und von S verschiedene Punkte A, B liegen und daß auf dem Strahl s_2 drei voneinander und von S verschiedene Punkte C, D, E liegen, wobei folgendes gilt:

Die Punkte S, A, B sind auf s_1 in dieser Reihenfolge angeordnet; die Punkte S, C, D, E sind auf s_2 in dieser Reihenfolge angeordnet; es ist

$$\overline{SC} = \overline{CA} = \overline{AD} = \overline{DB} = \overline{BE} \text{ und} \\ \overline{SB} = \overline{SE}.$$

Ermittle aus diesen Voraussetzungen die Größe α des Winkels $\sphericalangle BSE$!



Aufgabe 200734:

Horst, der aktiv Sport treibt, erzählt seinem Freund: "In vier Jahren habe ich insgesamt an 21 Wettkämpfen teilgenommen, in jedem Jahr an mindestens einem Wettkampf. Dabei war die Anzahl der Wettkämpfe von Jahr zu Jahr größer; im vierten Jahr war sie genau dreimal so groß wie im ersten Jahr."

Untersuche, ob es für die Wettkämpfe in den einzelnen Jahren Anzahlen gibt, die Horsts Angaben entsprechen, und ob aus den Angaben diese Anzahlen eindeutig hervorgehen! Ist das der Fall, so ermittle diese vier Anzahlen!

Aufgabe 200735:

Von einem Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ wird vorausgesetzt, daß sich die beiden Kreise, die die Seiten AD bzw. BC des Trapezes als Durchmesser haben, von außen berühren.

Beweise aus dieser Voraussetzung, daß die Summe der Längen der Seiten AB und CD gleich der Summe der Längen der Seiten AD und BC ist!

Aufgabe 200736:

In eine Leihbibliothek kamen während eines Tages Schüler aus jeder der Klassenstufen 6, 7 und 8; dies waren insgesamt 85 Schüler. Genau ein Drittel der Schüler der Klassenstufe 6, genau ein Drittel der Schüler der Klassenstufe 7 und genau ein Viertel der Schüler der Klassenstufe 8, das waren insgesamt 26 Schüler, entliehen Bücher aus der Bibliotheksreihe "Mathematische Schülerbücherei". Außerdem ergab sich aus Gesprächen, daß genau ein Zehntel der Schüler der Klassenstufe 7 an der Mathematikolympiade des Kreises teilgenommen hatte.

Untersuche, ob aus diesen Angaben die Anzahlen der Schüler der Klassenstufe 6, der Klassenstufe 7 und der Klassenstufe 8 eindeutig hervorgehen! Ist das der Fall, so ermittle diese drei Anzahlen!