



20. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Saison 1980/1981

Aufgaben





20. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 201011:

- a) Geben Sie ein Paar (x, y) reeller Zahlen an, das die folgenden Ungleichungen (1), (2) und (3) erfüllt!

$$10y - x \leq 100 \tag{1}$$

$$5y - 5x > 0 \tag{2}$$

$$y + x \geq 21 \tag{3}$$

- b) Beweisen Sie, daß es mehr als zehn verschiedene derartige Paare (x, y) gibt!

Aufgabe 201012:

Beweisen Sie, daß $\frac{x^4 + 4y^4}{x^2 - 2xy + 2y^2}$ für alle ganzen Zahlen x, y mit $x \neq 0$ und $y \neq 0$

- a) (als reelle Zahl) definiert ist und sogar
b) eine ganze Zahl ist!

Aufgabe 201013:

Gegeben seien die Seitenlängen $a = \overline{BC} = 15$ cm, $b = \overline{AC} = 14$ cm, $c = \overline{AB} = 13$ cm eines Dreiecks ABC .

Berechnen Sie die Länge h_b der durch B verlaufenden Höhe und den Flächeninhalt F dieses Dreiecks!

Aufgabe 201014:

Ein Würfelförper ganz aus Glas
(10 Zentimeter Kantenmaß),
drin viele Punkte eingeschlossen.
Der Franz probiert schon unverdrossen,
sie allesamt genau zu zählen.
Der Peter sagt: "Mußt dich nicht quälen!
's sind 26 mehr als 100,
und wenn es dich vielleicht auch wundert,
ich sag' dir, daß es nicht gelingt,
daß man sie so drin unterbringt,
daß nicht ein Pärchen existier'
des Abstand kleiner ist als vier"
(Er meint natürlich Zentimeter.)
"Und dies beweis mir mal!" sagt Peter:
"Und ich verlange dann auch nicht
die Lösung dafür als Gedicht."