20. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1980/1981

Aufgaben

20. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 201021:

Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen n, für die die Zahl $1 + 4 \cdot 9^{2n}$ eine Primzahl ist!

Aufgabe 201022:

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit den Kathetenlängen $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$ und $\overline{AC} = 3\,\text{cm}$. Der Kreis um C mit dem Radius $\overline{AC}$ schneide AB außer in A noch in einem Punkt P_1, der Kreis um B mit dem Radius $\overline{BP_1}$ schneide BC in einem Punkt P_2 zwischen B und C, der Kreis um C mit dem Radius $\overline{CP_2}$ schneide AC in einem Punkt P_3 zwischen A und C.

Berechnen Sie das Verhältnis $\overline{AP_3} : \overline{CP_3}$!

Aufgabe 201023:

Ermitteln Sie die größte natürliche Zahl n, für die ein Tripel (a, b, c) natürlicher Zahlen so existiert, daß

$$(a + n)(b + n)(c + n) = 1980 \quad \text{gilt!}$$

Ermitteln Sie zu dieser Zahl n alle verschiedenen zugehörigen Tripel (a, b, c) mit der genannten Eigenschaft!

Aufgabe 201024:

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen z mit $0 < z < 1$, die zu ihrem Reziproken addiert mindestens 4 ergeben!