21. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1981/1982

Aufgaben

21. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 211021:

In einem rechtwinkligen Dreieck ABC ist die zur Hypotenuse AB senkrechte Höhe DC genau $\frac{2}{5}$ mal so lang wie die Hypotenuse AB. Für den Höhenfußpunkt D gilt $\overline{AD} < \overline{DB}$.

In welchem Verhältnis $\overline{AD} : \overline{DB}$ teilt er die Hypotenuse?

Aufgabe 211022:

Über das Ergebnis eines 100 m-Laufs mit sechs Teilnehmern, von denen keine zwei die gleiche Zeit erreichten, wurden folgende vier Aussagen gemacht:

(1) A wurde nicht Zweiter, oder B wurde Erster.

(2) A wurde Zweiter, und C wurde Vierter.

(3) A wurde Zweiter, und B wurde Dritter.

(4) C wurde Vierter, oder B wurde Fünfter.

Entscheiden Sie, ob es möglich ist, daß

a) alle vier Aussagen (1) bis (4),

b) genau drei dieser Aussagen,

c) genau zwei dieser Aussagen,

d) genau eine dieser Aussagen,

e) keine dieser Aussagen

gleichzeitig wahr sind!

Aufgabe 211023:

Ermitteln Sie alle diejenigen Paare $(x; y)$ ganzer Zahlen x, y, für die $x^2 - y^2 = 1981$ gilt!

Aufgabe 211024:

Über den Seiten eines beliebigen rechtwinkligen Dreiecks ABC mit dem rechten Winkel bei C werden gleichschenklig-rechtwinklige Dreiecke errichtet, über den Katheten nach außen, über der Hypotenuse nach innen.

Beweisen Sie, daß die Spitzen dieser Dreiecke und der Punkt C dann auf ein und derselben Geraden liegen!