



**22. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1982/1983**

Aufgaben





## 22. Mathematik-Olympiade

### 1. Stufe (Schulolympiade)

#### Klasse 8

#### Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

#### Aufgabe 220811:

Vier Männer heißen Bäcker, Fischer, Förster und Müller. Sie üben die Berufe Bäcker, Fischer, Förster und Müller aus, jeder genau einen dieser Berufe. Einer der vier Männer ist Bruder eines fünften Mannes, der Herr  $X$  genannt sei. (Er hat natürlich denselben Namen wie sein Bruder.) Über diese fünf Männer werden folgende Angaben gemacht:

- (1) Auch Herr  $X$  übt genau einen Beruf aus, denselben wie Herr Bäcker.
- (2) Herr  $X$  übt einen anderen Beruf aus als sein Bruder.
- (3) Bei jedem der fünf Männer lautet der Anfangsbuchstabe seines Namens anders als der Anfangsbuchstabe seines Berufes.
  - a) Beweise, daß Herr  $X$  nach diesen Angaben nicht Bäcker heißen kann!
  - b) Beweise, daß sich aus den Angaben eindeutig ermitteln läßt, wie Herr  $X$  heißt und welche zwei Berufe Herr  $X$  und sein Bruder haben!
  - c) Beweise, daß sich aus den Angaben nicht eindeutig ermitteln läßt, welchen Beruf Herr  $X$  hat und wie derjenige der vier anderen Männer heißt, der von Beruf Bäcker ist!

#### Aufgabe 220812:

Von einer 22stelligen Zahl  $z$  werden folgende Eigenschaften gefordert:

$z$  hat die Einerziffer 7; streicht man diese Endziffer und setzt sie vor die übrigen 21 Ziffern, so entsteht dasselbe Ergebnis wie bei der Multiplikation  $7 \cdot z$ .

Beweise, daß es genau eine solche Zahl  $z$  gibt! Ermittle diese Zahl!

#### Aufgabe 220813:

Eine NVA-Marschkolonne ist 3,2 km lang. Ein Regulierungsposten fährt mit dem Krad vom Ende der Marschkolonne ab, holt die Spitze der Marschkolonne nach 5,6 km Fahrt ein, fährt sofort mit gleichbleibender Geschwindigkeit genau 6 min lang weiter und hat dann seinen Genossen erreicht, der an der nächsten Straßenkreuzung steht, um den Gegenverkehr zu sperren. Hier wartet er auf die Marschkolonne, die während der gesamten Zeit ihre Durchschnittsgeschwindigkeit beibehalten hat.

- a) Wie verhalten sich die Durchschnittsgeschwindigkeiten des Regulierungspostens und der Marschkolonne zueinander?
- b) Wieviel Minuten muß der Regulierungsposten an der Kreuzung insgesamt auf die Spitze der Marschkolonne warten?



Aufgabe 220814:

In einer Ebene seien  $k_1$  und  $k_2$  zwei Kreise, die sich in einem Punkt  $A$  von außen berühren. Eine der gemeinsamen äußeren Tangenten von  $k_1$  und  $k_2$  berühre den Kreis  $k_1$  in  $B$ , den Kreis  $k_2$  in  $C$ .

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets  $\sphericalangle BAC$  ein rechter Winkel ist!