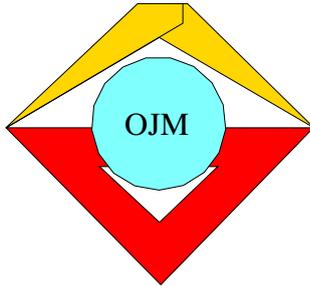




23. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1983/1984

Aufgaben





23. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230731:

Fünf Mädchen, die alle älter als 10 Jahre sind und am gleichen Tag Geburtstag haben, von denen aber keine zwei gleichaltrig sind, werden an ihrem Geburtstag nach ihrem Alter gefragt. Jedes Mädchen antwortet wahrheitsgemäß:

- (1) Anja: "Ich bin 5 Jahre jünger als Elke."
- (2) Birgit: "Ich bin jünger als Carmen, aber älter als Dorit."
- (3) Carmen: "Ich bin 14 Jahre alt."
- (4) Dorit: "Ich bin weder das jüngste noch das älteste von uns fünf Mädchen."
- (5) Elke: "Birgit und Carmen sind beide jünger als ich."

Untersuche, ob aus diesen Angaben eindeutig ermittelt werden kann, wie alt jedes dieser Mädchen ist! Ist dies der Fall, dann gib für jedes der Mädchen das Alter an!

Aufgabe 230732:

Beweise, daß jedes Viereck $ABCD$, in dem die Innenwinkel $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCD$ und $\sphericalangle CDA$ die Größen 2α , 3α bzw. 4α haben (wo α die Größe des Innenwinkels $\sphericalangle DAB$ bezeichnet), ein Trapez ist!

Aufgabe 230733:

Konstruiere ein Dreieck ABC aus $c = 6$ cm, $h_c = 4,5$ cm und $s_c = 5$ cm! Dabei sei c die Länge der Seite AB , h_c die Länge der auf AB senkrechten Höhe und s_c die Länge der Seitenhalbierenden von AB .

Beschreibe deine Konstruktion! Leite deine Konstruktionsbeschreibung aus den Bedingungen der Aufgabenstellung her! Beweise, daß ein Dreieck ABC , wenn es nach deiner Beschreibung konstruiert wird, die verlangten Eigenschaften hat! (Eine Diskussion der Ausführbarkeit und Eindeutigkeit der Konstruktionschritte wird nicht gefordert.)

Aufgabe 230734:

Von einer Zahl wird folgendes gefordert:

- Wenn man die Zahl halbiert,
- vom Ergebnis dann 1 subtrahiert,
- vom dabei erhaltenen Ergebnis ein Drittel bildet,
- von diesem Drittel wieder 1 subtrahiert,
- vom nun entstandenen Ergebnis ein Viertel bildet und von diesem Viertel nochmals 1 subtrahiert,
- so erhält man 1.



Gib jede Zahl an, die diese Forderung erfüllt! Beweise dazu, daß jede Zahl, die die Forderung erfüllt, von dir angegeben wurde und daß jede von dir angegebene Zahl die Forderung erfüllt!

Aufgabe 230735:

Roland rechnet eine Divisionsaufgabe. Er stellt fest: Der Dividend beträgt 60% des Quotienten, der Divisor beträgt 75% des Quotienten.

Beweise, daß man aus Rolands Feststellungen eindeutig ermitteln kann, wie der Quotient der Divisionsaufgabe lautet! Gib diesen Quotienten an!

Aufgabe 230736:

Von einem Dreieck ABC wird folgendes vorausgesetzt:

Der Innenwinkel $\sphericalangle ABC$ ist größer als 90° .

Ist D der Fußpunkt des von C auf die Gerade durch A und B gefällten Lotes, so gilt $2 \cdot \overline{BD} = \overline{AB} = \overline{BC}$.

Beweise, daß durch diese Voraussetzungen die Größen der Innenwinkel des Dreiecks ABC eindeutig bestimmt sind! Ermittle diese Winkelgrößen!