



**23. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 9**  
**Saison 1983/1984**

Aufgaben





23. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 9  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230921:

Ermitteln Sie alle diejenigen zweistelligen natürlichen Zahlen  $x$ , für die die Summe aus  $x$  und der durch Vertauschen der Ziffern von  $x$  entstehenden Zahl  $y$  eine Quadratzahl ist!

Aufgabe 230922:

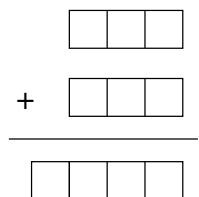
Von einem Trapez  $ABCD$  wird vorausgesetzt

- (1) Es gilt  $AB \parallel DC$ .
- (2) Es gilt  $\overline{AB} > \overline{DC}$ .
- (3) Das Trapez besitzt einen Innenwinkel mit einer Größe von  $110^\circ$ .
- (4) Die Diagonalen  $AC$  und  $BD$  sind die Halbierenden der Winkel  $\sphericalangle DAB$  bzw.  $\sphericalangle ABC$ .

Zeigen Sie, daß durch diese Voraussetzungen die Größen aller Innenwinkel des Trapezes eindeutig bestimmt sind und ermitteln Sie diese Größen!

Aufgabe 230923:

In das nebenstehende Schema einer Additionsaufgabe soll in jedes Kästchen eine Ziffer so eingetragen werden, daß jede der zehn Ziffern (des dekadischen Zahlensystems) genau einmal auftritt und in den vorderen Kästchen keine 0 steht. Außerdem soll genau dreimal ein Übertrag auftreten.



Ermitteln Sie alle diejenigen vierstelligen Zahlen, die unter diesen Bedingungen als dritte Zeile (Summe) dieser Aufgabe möglich sind!

Aufgabe 230924:

Beweisen Sie:

Ist  $p$  eine Primzahl, dann ist  $\sqrt{p}$  keine rationale Zahl.