



23. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1983/1984

Aufgaben





23. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230931:

Man ermittle alle Tripel (x, y, z) natürlicher Zahlen mit folgenden Eigenschaften:

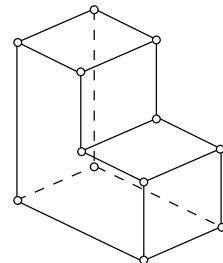
- (1) x, y und z sind Primzahlen.
- (2) Jede Ziffer aus den Zifferndarstellungen von x, y und z (im dekadischen Zahlensystem) stellt eine Primzahl dar.
- (3) Es gilt $x < y$.
- (4) Es gilt $x + y = z$.

Aufgabe 230932:

In der Abbildung ist ein Körper K skizziert. Er besteht aus drei Würfeln der Kantenlänge 1 cm, die in der angegebenen Anordnung fest zusammengefügt sind.

Aus genügend vielen Körpern dieser Gestalt K soll ein (vollständig ausgefüllter) Würfel W (Kantenlänge n Zentimeter) zusammengesetzt werden.

Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen $n > 0$, für die das möglich ist!



Aufgabe 230933:

+			
=			

In dem nebenstehenden Schema soll in jedes Kästchen genau eine der zehn Ziffern (des dekadischen Zahlensystems) so eingetragen werden, daß jede der Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 einmal vorkommt und daß eine richtig gerechnete Additionsaufgabe entsteht.

Beweisen Sie, daß es nicht möglich ist, durch eine solche Eintragung auch noch die zusätzliche Forderung zu erfüllen, daß bei der Ausführung der Addition genau zwei Überträge auftreten!

Aufgabe 230934:

Ermitteln Sie alle diejenigen reellen Zahlen x , für die

$$-5 \leq \frac{4x - 3}{2x + 1} < 6 \quad \text{gilt!}$$

Aufgabe 230935:

In einem Dreieck ABC schneide eine Parallele zu AB , über deren Lage sonst nichts vorausgesetzt werden soll, die Seite AC in einem Punkt A_1 zwischen A und C , und sie schneide die Seite BC in B_1 . Ferner sei



P auf AB ein Punkt ein Punkt zwischen A und B , über dessen Lage sonst ebenfalls nichts vorausgesetzt werden soll. Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC sei F_0 , der Flächeninhalt des Dreiecks A_1B_1C sei F_1 .

Ermitteln Sie den Flächeninhalt F des Vierecks A_1PB_1C in Abhängigkeit von F_0 und F_1 !

Aufgabe 230936:

Drei Schüler X, Y, Z diskutieren über die Möglichkeiten, ein gleichseitiges Dreieck D in drei flächengleiche Dreiecke D_1, D_2, D_3 zu zerlegen.

X behauptet: Es gibt genau drei verschiedene derartige Zerlegungen.

Y behauptet: Es gibt genau vier verschiedene derartige Zerlegungen.

Z behauptet: Es gibt mehr als vier verschiedene derartige Zerlegungen.

Welcher der drei Schüler hat recht?

Hinweis: Zwei Zerlegungen von D (einmal in D_1, D_2, D_3 , ein zweites Mal in D'_1, D'_2, D'_3) werden dabei genau dann als verschieden bezeichnet, wenn es keine Reihenfolge der Bezeichnungen D'_1, D'_2, D'_3 gibt, für die $D_1 \cong D'_1, D_2 \cong D'_2, D_3 \cong D'_3$ gilt.