



**23. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 10**  
**Saison 1983/1984**

Aufgaben





23. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 10  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 231021:

Auf einem Schachbrett kann eine Dame so ziehen, daß sie von ihrem Platz aus alle Felder in der waagerechten und in der senkrechten Reihe und die Felder der beiden sich in ihrem Standpunkt schneidenden Diagonalen erreichen kann. In der Abbildung ist die Stellung der Dame durch ein schwarzes Feld gekennzeichnet, die erreichbaren Felder sind mit Punkten markiert. Buchstaben und Zahlen am Rande sollen helfen, die Felder zu benennen (hier steht z.B. die Dame auf d2).

5	○			○	
4		○		○	
3			○	○	○
2	○	○	○	■	○
1			○	○	○
	a	b	c	d	e

Auf einem Quadrat aus  $5 \times 5$  Feldern sollen nun 5 Damen so aufgestellt werden, daß keine Dame auf einem Feld steht, das von einer anderen erreicht werden kann.

Stellen Sie fest, ob dies möglich ist, und ermitteln Sie gegebenenfalls alle Aufstellungen der geforderten Art, die sich nicht durch Drehung oder Spiegelung ineinander überführen lassen!

Aufgabe 231022:

Ermitteln Sie alle diejenigen geordneten Zahlenpaare  $[g; r]$  aus einer ganzen Zahl  $g$  und einer reellen Zahl  $r$ , die die Gleichung

$$\frac{3}{3r^2 + 1} = g \quad \text{erfüllen!}$$

Aufgabe 231023:

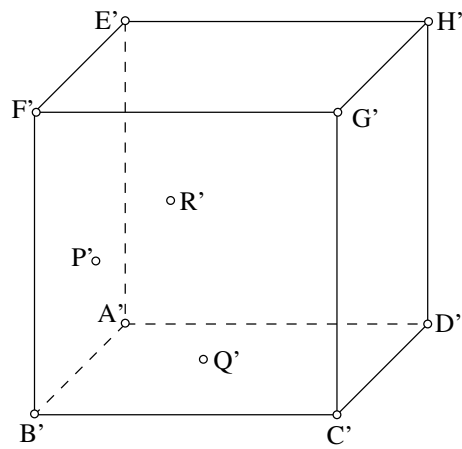
Auf dem Arbeitsblatt ist das Bild  $A'B'C'D'E'F'G'H'$  eines Würfels  $ABCDEFGH$  bei schräger Parallelprojektion gegeben. Ferner sind die Bilder  $P'$ ,  $Q'$  und  $R'$  dreier Punkte  $P$ ,  $Q$  bzw.  $R$  gegeben, wobei

- $P$  auf der Seitenfläche  $ABFE$ ,
- $Q$  auf der Seitenfläche  $BCGF$ ,
- $R$  auf der Seitenfläche  $DAEH$  liegt.

Konstruieren Sie das Bild der Schnittfigur des Würfels mit der Ebene durch  $P$ ,  $Q$  und  $R$ ! Beschreiben und begründen Sie Ihre Konstruktion!



Arbeitsblatt:



Aufgabe 231024:

Beweisen Sie, daß es genau eine positive rationale Zahl  $x$  gibt, die die Gleichung  $x^x = 27$  erfüllt!