



24. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1984/1985

Aufgaben



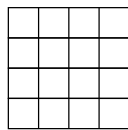


24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

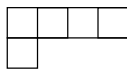
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240911:

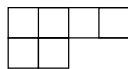
- a) Ein quadratisches Feld aus 25 Einheitsquadraten (Bild a) soll so zerlegt werden, daß jedes Teilstück zu einer der (aus jeweils fünf Einheitsquadraten bestehenden) Figuren in Bild b bis f kongruent ist und daß dabei auch jede dieser Figuren mindestens einmal vorkommt. Geben Sie eine derartige Zerlegung an!
- b) Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen $n > 0$, für die eine solche Zerlegung eines $n \times n$ -Feldes möglich ist!



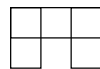
a)



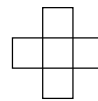
b)



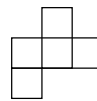
c)



d)



e)



f)

Aufgabe 240912:

Beweisen Sie, daß die Zahl 91 nicht als Produkt von fünf verschiedenen ganzen Zahlen dargestellt werden kann!

Aufgabe 240913:

Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit dem rechten Winkel bei A . Der Fußpunkt des Lotes von A auf BC sei D .

Beweisen Sie, daß dann stets $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = \overline{AC} \cdot \overline{AD}$ gilt!

Aufgabe 240914:

Drei Schüler diskutieren, welche Beziehung zwischen den Zahlen 1 und $\frac{2}{x-10}$ für reelle Zahlen $x \neq 10$ gilt. Sie stellen fest:

Für $x = 11$ ist $\frac{2}{x-10} = 2$, also $1 < \frac{2}{x-10}$;

für $x = 12$ ist $1 = \frac{2}{x-10}$;

für $x = 13$ ist $1 > \frac{2}{x-10}$.

Anschließend behauptet Marion: Die Gleichung $1 = \frac{2}{x-10}$ gilt genau für $x = 12$.

Norbert behauptet: Die Ungleichung $1 < \frac{2}{x-10}$ gilt genau für alle $x < 12$.

Petra behauptet: Die Ungleichung $1 > \frac{2}{x-10}$ gilt genau für alle $x > 12$.

Untersuchen Sie für jede dieser drei Behauptungen, ob sie wahr oder falsch ist!