



24. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 10
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 241021:

Ermitteln Sie alle diejenigen Quadrupel (a, b, c, d) von reellen Zahlen a, b, c, d , die das folgende Gleichungssystem (1), (2), (3), (4) erfüllen!

$$a^2 + bc = 0, \tag{1}$$

$$ab + bd = 0, \tag{2}$$

$$ac + cd = 0, \tag{3}$$

$$bc + d^2 = 0. \tag{4}$$

Aufgabe 241022:

Von einem Dreieck ABC wird vorausgesetzt, daß es nicht stumpfwinklig ist und daß für die zu AB senkrechte Höhe CD die Gleichung $\overline{CD} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}$ gilt.

Beweisen Sie, daß durch diese Voraussetzungen die Größe γ des Innenwinkels $\sphericalangle ACB$ eindeutig bestimmt ist! Ermitteln Sie diese Winkelgröße γ !

Aufgabe 241023:

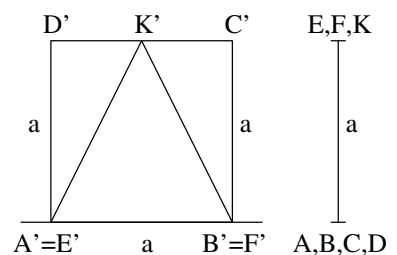
Ermitteln Sie alle diejenigen natürlichen Zahlen z , für die folgendes gilt:

Streicht man aus der Zifferndarstellung von z die letzte Ziffer, so entsteht die Zifferndarstellung einer Zahl, die ein Teiler von z ist.

Aufgabe 241024:

Die Abbildung stellt den Grundriß eines Körpers in senkrechter Einta-felprojektion sowie den dazugehörigen Höhenmaßstab dar. Dabei ist K' der Mittelpunkt von $C'D'$.

Zeigen Sie, daß es mindestens zwei ebenflächig begrenzte Körper mit unterschiedlichem Volumen gibt, die diesen Grundriß, diesen Höhenmaßstab und genau die hierdurch festgelegten Punkte A, B, C, D, E, F, K als Eckpunkte haben!



Als Lösung genügt die Aufzählung von (mindestens zwei) Körpern der verlangten Art durch folgende Angaben: Jeweils eine Darstellung des Körpers in schräger Parallelprojektion, eine Aufzählung seiner sämtlichen Seitenflächen (in der Schreibweise, daß $UV\dots Z$ dasjenige ebene Vieleck bezeichnet, das genau die Ecken U, V, \dots, Z hat, die bei einer Umlaufung in dieser Reihenfolge erreicht werden) und eine Berechnung des Volumens des Körpers in Abhängigkeit von der gegebenen Länge a .