



24. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 241211:

Ist ABC ein rechtwinkliges Dreieck und k sein Umkreis, so bezeichne F_1 den Flächeninhalt des Dreiecks sowie F_2 die Differenz zwischen dem Flächeninhalt des Umkreises und F_1 .

Man ermittle unter allen Werten, die das Verhältnis $F_2 : F_1$ unter diesen Voraussetzungen annehmen kann, den kleinsten ganzzahligen Wert!

Aufgabe 241212:

Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen x, y mit $x \neq 0$ und $y \neq 0$, die das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x^2y - \frac{6}{xy} &= 13 \\ xy + x^2y &= 6 \quad \text{erfüllen.}\end{aligned}$$

Aufgabe 241213:

Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen x , für die $2x - 3$, $5x - 14$ und $\frac{2x - 3}{5x - 14}$ ganze Zahlen sind.

Aufgabe 241214:

Zwei Personen A und B spielen das folgende Spiel:

Jeder der beiden Spieler erhält neun Karten, auf denen die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 verzeichnet sind, jede dieser Zahlen auf genau einer Karte (des betreffenden Spielers).

A beginnt und legt eine seiner Karten auf den Tisch; dann legt B eine seiner Karten auf den Tisch, dann wieder A und dann B u.s.w. Es wird jeweils die Summe der auf dem Tisch liegenden Zahlen festgestellt. Das Spiel ist beendet, wenn eine Summe erreicht wird, die größer als 99 ist. Verloren hat derjenige Spieler, durch dessen Karte diese Summe erreicht wurde; der andere Spieler hat gewonnen.

Man untersuche, ob es eine Strategie gibt, durch die bei jeder möglichen Reihenfolge der von A gespielten Karten der Spieler B den Gewinn erzwingen kann. Falls das zutrifft, gebe man eine solche Strategie an.