



25. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1985/1986

Aufgaben





25. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 250911:

Aus den Ziffern 1, 9, 8, 5 seien alle möglichen vierstelligen Zahlen gebildet, wobei jede der Ziffern in jeder dieser Zahlen genau einmal vorkommen soll.

Ermitteln Sie die Anzahl aller derartigen Zahlen, die

- a) durch 2,
- b) durch 3,
- c) durch 4,
- d) durch 5,
- e) durch 6

teilbar sind, und geben Sie diese Zahlen jeweils an!

Aufgabe 250912:

Ermitteln Sie die Anzahl aller derjenigen Paare (a, b) einstelliger natürlicher Zahlen a und b , für die

$$a < \overline{a,b} < b \quad \text{gilt!}$$

Dabei gilt die 0 als einstellige Zahl, und mit $\overline{a,b}$ sei diejenige Dezimalzahl bezeichnet, die die Ziffer a vor dem Komma und die Ziffer b nach dem Komma hat.

Aufgabe 250913:

Man beweise:

Für jede natürliche Zahl n mit $n \geq 6$ ist es möglich, eine Quadratfläche in n (nicht notwendig kongruente) Teilquadratflächen zu zerlegen.

Aufgabe 250914:

Drei Kreise mit dem gegebenen Radius r mögen so in einer Ebene liegen, daß jeder die beiden anderen berührt. An je zwei dieser drei Kreise werde diejenige gemeinsam Tangente gelegt, die keinen Punkt mit dem dritten Kreis gemeinsam hat. Mit diesen drei Tangenten hat man ein gleichseitiges Dreieck konstruiert.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks in Abhängigkeit von r !

Hinweis: Für Zahlenwerte, die bei der Flächeninhaltsangabe auftreten, ist eine Verwendung von Näherungswerten zugelassen (aber nicht gefordert); dann jedoch mit einer Angabe - und Begründung -, auf wie viele Dezimalstellen der Näherungswert genau ist.